Il criterio simbolico di orientazione di Roma antica

di

Adriano Gaspani

I.N.A.F - Istituto Nazionale di Astrofisica Osservatorio Astronomico di Brera - Milano <u>adriano.gaspani@inaf.it</u>

Introduzione

Attualmente con il nome di Archeoastronomia (taluni preferiscono Astroarcheologia o Paleoastronomia) si intende la scienza che, tramite l'analisi dei reperti archeologici, studia l'esistenza di un'attività di osservazione dei corpi celesti da parte di individui appartenuti alle culture antiche. Per Archeoastronomia possiamo quindi intendere la disciplina che si occupa dello studio e della comprensione delle conoscenze astronomiche diffuse presso i popoli antichi in tutte le loro forme, e del loro rapporto con la vita sociale, religiosa e rituale all'interno delle antiche comunità. Dato questo aspetto, alcuni preferiscono usare il termine "Astronomia Culturale". Gli archeologi si sono resi ben presto conto che l' osservazione del cielo ha giocato inevitabilmente un ruolo di primissimo piano nello sviluppo sociale e culturale delle varie civiltà antiche, partendo addirittura dal Paleolitico, quando ancora il concetto di civiltà è difficile da applicarsi. Forse non ci si deve meravigliare più di tanto che il cielo con i suoi fenomeni abbia attirato lo sguardo curioso, ma nello stesso tempo timoroso, degli uomini fin dai tempi più remoti . È invece rilevante che sia esistita una tendenza a produrre siti e reperti archeologici basata su tale osservazione, che sono sopravvissuti fino ai giorni nostri e che quindi possono essere accuratamente studiati. Noi ci rendiamo conto di aver attualmente accesso a un bagaglio di informazioni di rilevanza astronomica, congelate e codificate nei vari siti e nei vari reperti archeologici, e spesso non conosciamo nemmeno la chiave per decodificarle. I siti e i reperti che abbiamo a disposizione non si limitano solo ad allineamenti di monoliti o buche in cui in origine erano infissi dei pali, ma sono costituiti anche da strutture complesse quali monumenti, pozzi, templi, santuari, e città che furono ideati, costruiti e utilizzati tenendo ben presente la direzione del sorgere e tramontare della Luna, del Sole o delle stelle più luminose visibili ad occhio nudo in taluni periodi stagionali. È chiaro che proprio i periodi stagionali, con tutte le loro implicazioni sociali ed economiche, furono presto messi in relazione con gli eventi celesti i quali, succedendosi regolarmente con precisa periodicità, servirono da sicuri e affidabili strumenti predittivi ai fini della pianificazione delle scadenze agricole e pastorali. A questo si aggiunge tutto il simbolismo che fu attribuito ai fenomeni celesti e alla loro cadenza, tanto che molto frequentemente lo sviluppo di vie sacre o per lo meno particolari direzioni celesti mappate sia accuratamente, ma talvolta simbolicamente risulta essere strettamente astronomicamente significativo e messo in relazione con i punti di sorgere e di tramontare di determinati astri che rivestirono un'importanza fondamentale per le culture che svilupparono i loro insediamenti e le parti più sacre di essi. Come vedremo in questo lavoro anche per l'antica Roma avvenne esattamente questo.

La Via Sacra di Roma antica

L'area dei Fori Imperiali a Roma corrispondendo alla parte antica più monumentale della città e comprende una grande quantità di monumenti che sono stati costruiti tra il 46 a.C. e il 113 d.C. lungo il percorso evolutivo della città. Osservando l'area dalle immagini satellitari appare chiaramente che tutti i monumenti costruiti si dispongono a destra o a sinistra di una strada che si sviluppa lungo la direttrice che si stende da sudest a nordovest e che probabilmente corrisponde ad un più antico percorso sacrale di altissimo significato simbolico condiviso da tutti durante lo sviluppo del nucleo storico della città.



L'area dei Fori Imperiali a Roma con i monumenti che si allineano lungo la Via Sacra ripresa nel 2018 da satellite.

Il percorso della Via Sacra, così la chiameremo d'ora in poi, e che va confusa con la strada fatta costruire tra il 1928 e il 1932, ma si riferisce alla direttrice di sviluppo dei monumenti presenti nell'area dei Fori Imperiali non è rettilineo ma oscilla intorno ad una direzione media di orientazione che è stato possibile individuare e riferire al sistema di riferimento cardinale astronomico, misurandone l'angolo di azimut, che ricordiamo essere l'angolo che una determinata direzione forma con la direzione nord del meridiano astronomico locale Lungo la Via Sacra si dispongono svariati monumenti famosi, i quali sono allineati con l'asse pressochè parallelo alla direzione del segmento locale di essa..



Lo sviluppo della Via Sacra ai Fori imperiali a Roma che attraversando il Foro conduceva al colle Capitolino.

Le misure archeoastronomiche

L'area dei Fori Imperiali è costellata dai resti degli antichi monumenti costruiti attraverso i seoli da generali e imperatori. Ciascuno di essi mostra una ben precisa orientazione che può essere accuratamente misurata sulle immagini satellitari secondo una metodologia molto rigorosa e mediante tecniche caratterizzate da una grande efficacia¹. I risultati delle misure eseguite su ciascun monumento sono elencati nella tabella I.

¹ Gaspani A., 2013, "ARCHEOASTRONOMIA SATELLITARE: Tecniche moderne per il rilievo e lo studio dei siti archeologici di rilevanza astronomica", Collana Manualistica, Ed. Associazione Culturale Fonte di Connla, Ivrea (TO), 2013, ISBN 978-88-98411-14-6.

Tabella I .

Dati di orientazione dei vari monumenti presenti nell'area dei Fori Imperiali misurati sulle immagini satellitari secondo la procedura indicata in Gaspani (2013).

Sito	Azimut Misurato	d(m)	D(m)	Errore e(Az)	Azimut Astr	onomico
Colosseo	290°.34	160.36	404.11	+/- 0°-25	290°.3 +/- 0°.3	110°.3 +/- 0°.3
Tempio Venere Roma	290°-90	149.28	361.94	+/- 0°.24	290°.9 +/- 0°.2	110°.9 +/- 0°.2
Casa delle Vestali	295°-19	64.02	119.45	+/- 0°-19	295°-2 +/- 0°-2	115°.2 +/- 0°.2
T. Castore Polluce	294°-71	14.79	76.21	+/- 0°.52	294°.7 +/- 0°.5	114°.7 +/- 0°.5
Basilica Giulia	295°.59	95.43	139.35	+/- 0°.14	295°.6 +/- 0°.1	115°.6 +/- 0°.1
	295°.51	94.38	139.35	+/- 0°-15	295°.5 +/- 0°.2	115°.5 +/- 0°.2
	295°.31	83.78	139.35	+/- 0°.17	295°.3 +/- 0°.2	115°.3 +/- 0°.2
	295°.68	89.46	139.35	+/- 0°.16	295°.7 +/- 0°.2	115°.7 +/- 0°.2
	295°.49	96.83	139.35	+/- 0°-14	295°.5 +/- 0°.1	115°.5 +/- 0°.1
	295°.29	83.33	139.35	+/- 0°-17	295°.3 +/- 0°.2	115°.3 +/- 0°.2
	295°-45	83.54	139.35	+/- 0°-17	295°-5 +/- 0°-2	115°.5 +/- 0°.2
Basilica Emilia	3 01°. 38	72.81	147.02	+/- 0°-20	301°-4 +/- 0°-2	121°-4 +/- 0°-2
	301°.39	72.58	147.02	+/- 0°.20	301°.4 +/- 0°.2	121°.4 +/- 0°.2
	3 01°.41	82.78	147.02	+/- 0°.18	301°.4 +/- 0°.2	121°-4 +/- 0°-2
Foro di Cesare	319°-27	154.56	274_84	+/- 0°-18	319°.3 +/- 0°.2	139°.3 +/- 0°.2
Foro della Pace	318°-09	23.93	72.20	+/- 0°-30	318°.1 +/- 0°.3	138°.3 +/- 0°.3
Foro di Augusto	318°.35	76.27	216.64	+/- 0°.28	318°.4 +/- 0°.3	138°.4 +/- 0°.3
Foro di Nerva	323°-17	60.68	218.07	+/- 0°.36	323°.2 +/- 0°.4	143°.2 +/- 0°.4
Via Sacra	301°-68	833.08	1778.60	+/- 0°-21	301°.7 +/- 0°.2	121°.7 +/- 0°.2

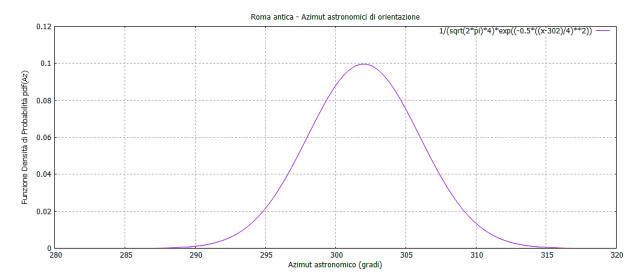
I dati riportati nella Tabella I hanno il seguente significato. La colonna 1 elenca il nome del sito archeologico, la seconda colonna riporta l'azimut astronomico Az (in gradi sessagesimali) rilevato sulle immagini satellitari ad altissima risoluzione, la colonna 3 riporta la lunghezza lineare del monumento (in metri), la colonna 4 indica la lunghezza lineare corrispondente della diagonale del segmento di immagine digitale su cui sono state eseguite le misure, secondo il fattore di scala corrispondente all'ingrandimento ottimale del frame, la colonna 5 riporta l'incertezza $\varepsilon(Az)$ sull'azimut astronomico misurato (in gradi sessagesimali). La colonna 6 e la colonna 7 riportano gli azimut astronomici Az con i loro margini di errore $\varepsilon(Az)$ nella direzione SE-NW (colonna 6) e i complementari, nella direzione NW-SE (colonna 7). I dati riportati nelle colonne 6 e 7 sono quelli che sono stati utilizzati per l'analisi archeoastronomica dell'area dei Fori Imperiali a Roma. Da notare l'ultima riga, la quale riporta i dati ottimizzati (quelli di maggior probabilità) relativi alla direzione media di sviluppo della Via Sacra. Per i dettagli sulle procedure utilizzate si rimanda nuovamente al testo già citato (Gaspani, 2013), ma anche ad uno precedente². I valori misurati conducono alla seguente funzione densità di probabilità relativa agli azimut di orientazione:

² Cernuti S., Gaspani A., 2006, "INTRODUZIONE ALLA ARCHEOASTRONOMIA: NUOVE TECNICHE DI ANALISI DEI DATI", Atti della Fondazione Giorgio Ronchi, vol. LXXXIX, 190 pp. Edizioni Tassinari, Firenze, 2006. ISBN 88-88649-11-5.

$$f(Az) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{Az - Am}{\sigma}\right)^2}$$

$$Am = 302^{\circ}$$

$$\sigma = \pm 4^{\circ}$$



Funzione densità di probabilità degli azimut astronomici di orientazione degli assi dei siti archeologici presenti nei Fori Imperiali nella direzione SE_NW.

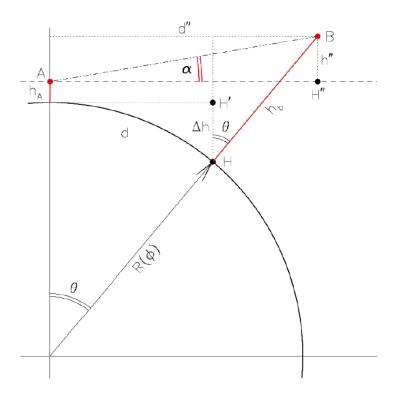
Il punto dove vennero eseguite le osservazioni astronomiche

Lo studio archeoastronomico dei siti archeologici ha mostrato in maniera molto frequente l'utilizzo di alcuni particolari orografici posti sull'orizzonte naturale locale quali punti di mira dietro i quali erano visti sorgere gli astri che dovevano essere tenuti d'occhio. Quando questo avviene, nel sito non si rilevano particolari dispositivi di traguardo, se mai veniva stabilito molto accuratamente il cosiddetto "punto di stazione" cioè il punto dove si posizionava colui che eseguiva le osservazioni astronomiche. Anche nel caso della Via Sacra è stato possibile determinare mediante una procedura di ottimizzazione la posizione più probabile per l'ubicazione di tale punto il quale sembra essere posto in prossimità del Tempio di Venere-Roma. Quando la direzione di orientazione della Via Sacra venne stabilita è molto probabile che chi eseguì le osservazioni astronomiche assolvere questo particolare compito si pose, sul territorio in tale particolare punto. Le coordinate geografiche più probabili di tale punto (riferite al Datum WGS84) sono risultate essere le seguenti:

Longitudine: $\lambda o = 12^{\circ} 29' 18'',46 \text{ E}$ Latitudine: $\varphi o = 41^{\circ} 53' 28'',41 \text{ N}$ Quota altimetrica: $\varphi o = 26 \text{ metri}$

La ricostruzione del profilo dell'orizzonte naturale locale

Dopo aver determinato la posizione del probabile punto di osservazione è ora necessario ricostruire il profilo dell'orizzonte naturale locale visibile da quella posizione, cioè il profilo del paesaggio locale di sfondo determinato dalla proiezione delle colline di sfondo, nella direzione SE-NW, sulla Sfera Celeste locale. Il nostro obbiettivo teorico è quello di ricostruire il profilo antico dell'orizzonte naturale locale libero dalle perturbazioni dovute alle moderne costruzioni. Diviene allora efficace il modo di procedere che permette si sintetizzare il profilo dell'orizzonte naturale locale utilizzando dati numerici di telemetria e tomografia radar eseguita dallo spazio, in particolare dallo Shuttle durante le sue missioni intorno alla Terra. Questo può essere fatto utilizzando i dati DEM (Digital Elevation Model) ottenuti dalla Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)³ i quali forniscono le quote altimetriche praticamente di tutta la superficie del pianeta ad intervalli di campionamento pari a 90 metri sul territorio italiano con una precisione di 2,1 metri sulla quota di ciascun punto rispetto all'ellissoide WGS84.



Schema del funzionamento della procedura di ricostruzione sintetica del profilo dell'orizzonte naturale locale utilizzando i dati SRTM. Il punto A indica il punto di stazione dove è posto l'osservatore, a quota h_A ; il punto B si riferisce al punto di cui la topografia radar fornisce la quota h_B , l'angolo α è l'altezza angolare apparente sotto cui è visibile il punto B dal punto A e $R(\varphi)$ è il raggio della Terra alla latitudine geografica φ e d è la distanza tra i punti A e B misurata lungo il profilo dell'ellissoide WGS84.

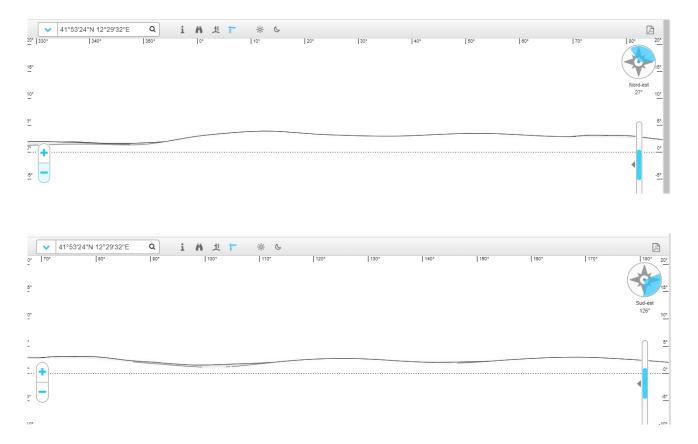
³ I dati altimetrici relativi alla SRTM sono liberamente scaricabili in forma numerica, per gli intervalli di latitudine e longitudine geografica richiesti, dal sito internet:

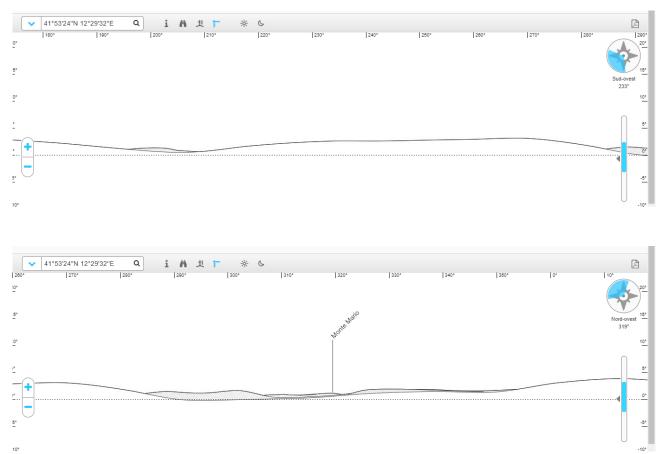
http://srtm.csi.cgiar.org/SELECTION/inputCoord.asp

Il modello SRTM fornisce le coordinate geografiche di ciascun punto di campionamento, riferite al WGS84 e la quota altimetrica hB di ciascuno dei punti distribuiti secondo una griglia di 90x90 metri; da essi è possibile ricavare le corrispondenti altezze angolari α con la seguente formula:

$$\alpha \approx \arctan \left[\frac{h_B - h_A}{d} - \frac{1}{2} \frac{d}{R} \right],$$

sapendo che hA è la quota altimetrica del punto di stazione, d è la distanza di ciascun punto e R è il raggio locale di curvatura della Terra secondo il Datum WGS84. Una volta che la matrice delle altezze angolari dei punti è stata costruita, la sua proiezione sul piano verticale tangente alla Sfera Celeste locale determina il profilo dell'orizzonte naturale locale apparente. Tra i vantaggi dell'utilizzo dello SRTM è che l'intervallo di campionamento costituisce un filtro in grado di eliminare quasi completamente la presenza delle costruzioni di origine antropica le quali generalmente sono caratterizzate da una dimensione lineare inferiore a 90x90 metri consentendo una buona ricostruzione dei paesaggi antichi. I diagrammi seguenti mostrano l'altezza angolare apparente del profilo dell'orizzonte naturale locale tutto intorno (per 360°) all'area dei Fori Imperiali a Roma.





Profilo dell'orizzonte naturale locale tutto intorno all'area dei Fori Imperiali

Direzioni astronomicamente significative nei Fori Imperiali a Roma

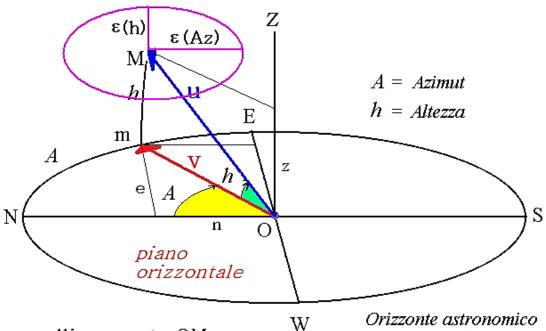
L'analisi archeoastronomica dei vari siti che compongono i Fori Imperiali a Roma è stata eseguita in due differenti modi. Il primo criterio è stato quello, quello cosiddetto "specifico" che consiste nell'analizzare ciascun monumento per se, come una singola unità, con l'intento di determinare il criterio di orientazione astronomica di quel determinato monumento all'epoca della sua fondazione. Il secondo criterio, generalmente più potente, è il cosiddetto "criterio globale" che prevede l'analisi simultanea di tutti i monumenti che compongono l'area archeologica in esame. Il criterio globale perviene a determinare non un singolo allineamento, ma una funzione densità di probabilità (p.d.f) pertinente all'insieme complessivo degli allineamenti presenti nell'area studiata. La potenza del criterio globale risiede nel fatto che in questo modo è possibile pervenire a determinare il criterio generale di orientazione astronomica condiviso da una intera popolazione facilitando la possibilità di pervenire a conoscere l'idea del Cielo, del Cosmo e del Tempo di quella determinata cultura. Nel presente caso si è data la preminenza all'analisi utilizzando il criterio globale basato sulla funzione densità di probabilità descritta in precedenza, il cui azimut astronomico medio complessivo di orientazione della direzione sacra materializzata nell'area dei Fori Imperiali a Roma è il seguente:

$$Az = 302^{\circ} \pm 4^{\circ}$$
; $h_o = 1^{\circ}.7 \pm 0^{\circ}.5$ (livello 1σ) (direzione SE-NW)
 $Az = 122^{\circ} \pm 4^{\circ}$; $h_o = 2^{\circ}.8 \pm 0^{\circ}.5$ (livello 1σ) (direzione NW-SE)

Dove h_o rappresenta l'altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico locale, nelle due direzioni univocamente identificate dal valore dell'azimut indicato.

Ellisse d'errore degli allineamenti.

La coppia di coordinate altazimutali Az (Azimut) e h_o (Altezza angolare) definiscono univocamente un punto della sfera celeste dove un determinato astro è visto sorgere o tramontare, a seconda del caso che ricorre, in corrispondenza del profilo dell'orizzonte naturale locale. I valori delle incertezze $\varepsilon(Az)$ e $\varepsilon(h_o)$ definiscono un'ellisse d'errore, proiettata sul piano tangente alla sfera celeste nel punto definito della coppia di coordinate altazimutali Az e h_o , e associata a ciascun allineamento misurato nel sito archeologico.



u = allineamento OM

v = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale

Az = Azimut astronomico

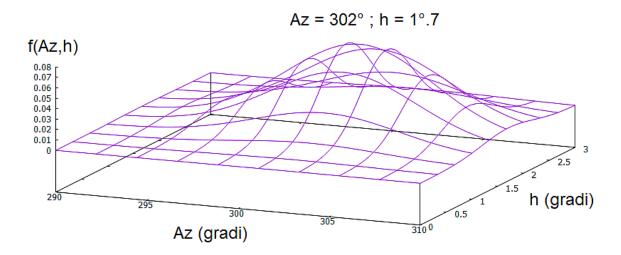
h = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

Ellisse d'errore di un allineamento astronomico

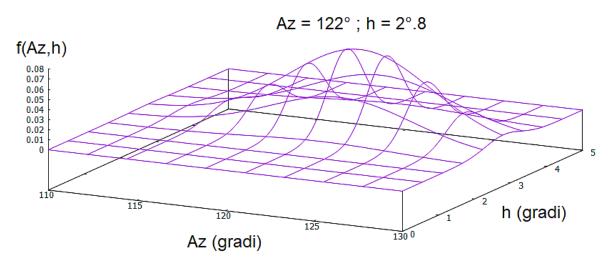
Ciascun astro che, ad una certa epoca, sorge o tramonta entro l'ellisse d'errore di un determinato allineamento potrebbe essere il target verso cui quell'allineamento fu diretto quando esso fu materializzato sul terreno. La probabilità che un determinato astro sia stato il target effettivo dell'allineamento dipende dalla sua posizione all'interno dell'elisse d'errore. La funzione densità di probabilità f(Az,h) che permette il calcolo di tale probabilità è la seguente:

$$f(Az,h) = \frac{1}{2\pi \epsilon (Az) \epsilon (h)} e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{(Az - A_{\mathbf{M}})}{\epsilon (Az)} \right)^{2} + \left(\frac{(h - h_{\mathbf{M}})}{\epsilon (h)} \right)^{2} \right]}$$

Lo studio della distribuzione f(Az,h) ci dice molto sul criterio di orientazione che una determinata popolazione applicò in un dato luogo ad una determinata epoca.



Funzione densità di probabilità f(Az,h) per l'allineamento SE-NW



Funzione densità di probabilità f(Az,h) per l'allineamento NW-SE

Ricerca dei targets astronomici

I due valori complementari dell'azimut astronomico di orientazione globale dei monumenti presenti ai Fori imperiali conduce a due possibilità. La prima si riferisce al tramonto del Sole al solstizio d'estate (Az=302°) e la seconda al sorgere del Sole al solstizio d'inverno (Az=122°). Bisogna ora analizzare scrupolosamente i due possibili criteri astronomici codificati nei monumenti dei Fori Imperiali a Roma. La seguente Tabella II mostra i risultati dell'analisi archeoastronomica.

Tabella II

Azimut teorici di sorgere e di tramontare del Sole ai solstizi e agli equinozi osservati ai Fori Imperiali a Roma in epoca Augustea, dal punto di stazione posto presso il tempio di Venere-Roma, per diversi valori dell'altezza dell'orizzonte naturale locale.

```
Height of the local horizon (degrees)
                                 4
Decl.
           а
                      2
                                            6
                                                   8
                                                                  10
      Rise Set
                 Rise Set
                            Rise Set
                                        Rise Set
                                                              Rise Set
+e U 56.5 303.5 58.8 301.2 61.0 299.0 63.0 297.0 64.9 295.1 66.7 293.3
+e C 56.7 303.3 59.1 300.9 61.2 298.8 63.2 296.8 65.1 294.9
                                                              67.0 293.0
+e D 56.9 303.1 59.3 300.7 61.5 298.5 63.5 296.5 65.4 294.6 67.2 292.8
  U 89.3 270.7 91.3 268.7 93.2 266.8 95.0 265.0 96.9 263.1
0
                                                              98.8 261.2
   C 89.5 270.5 91.5 268.5 93.4 266.6 95.3 264.7
                                                              99.0 261.0
                                                   97.1 262.9
   D 89.7 270.3 91.7 268.3 93.7 266.3 95.5 264.5 97.4 262.6
-e U 121.9 238.1 124.3 235.7 126.6 233.4 129.1 230.9 131.7 228.3 134.4 225.6
-e C 122.1 237.9 124.5 235.5 126.9 233.1 129.4 230.6 132.0 228.0 134.8 225.2
-e D 122.3 237.7 124.8 235.2 127.2 232.8 129.7 230.3 132.4 227.6 135.2 224.8
```

Rise : Azimuth of the rising Sun (degrees)
Set : Azimuth of the setting Sun (degrees)
(measured eastward from the North direction).

U : Upper limb (first gleaming)

C : Center of the disk

D : Lower limb (last contact)

La Tabella II riporta i valori teorici di sorgere e di tramontare del Sole ai solstizi e agli equinozi osservati dal punto di stazione posto in prossimità del tempio di Venere-Roma in epoca Augustea⁴, per differenti altezze dell'orizzonte naturale locale variabili da 0° a 10° . I valori ripostati in tabella si riferiscono al solstizio d'estate (declinazione solare = +e), agli equinozi (declinazione solare = 0°) e al solstizio l'inverno (declinazione solare = -e). Il

⁴ Il dato cronologico è del tutto irrilevante in quanto l'azimut di sorgere o tramontare dl Sole all'orizzonte locale varia di circa 1° in 6000 anni, quindi il fenomeno è visibile ancora attualmente.

valore di "e" corrisponde all'Obliquità dell'Eclittica, cioè l'inclinazione dell'asse terrestre rispetto alla linea ortogonale al piano orbitale della Terra (circa 23°.5). Gli indicatori U, C, e D, riportati nella tabella di riferiscono al bordo superiore del disco solare che sorge o tramonta (U = Up), al centro del disco del Sole (C = Center) e al bordo inferiore del disco (D = Down). Ricordiamo che il diametro apparente medio del disco solare è pari a 30′ d'arco. L'altezza dell'orizzonte naturale locale nella direzione del tramonto del Sole al solstizio d'estate è pari a 1°.7 quindi il valore teorico pari a 301°,2 è in ottimo accordo con quanto misurato sulle immagini satellitari in alta risoluzione. In particolare il l'azimut astronomico di orientazione riportato nella Tabella I per la direzione della sola Via Sacra è pari a 301°.7 è in accordo pressochè perfetto con il dato teorico: la differenza è dell'ordine di 0°,5 decisamente inferiore al margine di incertezza dell'azimut astronomico misurato che è pari a 0°.2 in più e in meno.

Nome	Azimut misurato	Azimut calcolato	Differenza	Target Astronomico
Pdf	302° ± 4°	301°.2	+0°.8	tramonto SE
Via Sacra	301.7 ± 0°.2	301°.2	+0°.5	tramonto SE
Pdf	122° ± 4°	125°.7	-3°.7	sorgere SI
Via Sacra	121.7 ± 0°.2	125°.7	-4°.0	sorgere SI

A questo punto possiamo calcolare la probabilità di casualità di ciascun allineamento utilizzando la tradizionale teoria della probabilità. Il test statistico utilizzato qui è quello più seguito in Archeoastronomia. Si tratta del Test 3σ di Schaefer sviluppato da Bradley Schaefer nel 2006⁵.

Il test 3σ di Schaefer

Il criterio statistico di Schaefer (2006) prevede che un allineamento possa essere considerato astronomicamente significativo se, stabilita una distribuzione Normale degli Azimut di orientazione tipici di allineamenti casuali, quello esaminato è caratterizzato da una probabilità che corrisponde ad una posizione sulla coda della Gaussiana che dista dal valore medio più di $3\ \sigma$. Una volta calcolata la probabilità geometrica P(random) che un dato allineamento monodirezionale possa essere casuale, ad esempio mediante la seguente relazione:

 $P(random) = \Delta(Az)/360^{\circ}$

⁻

⁵ Schaefer B. E.,: Case Study of Three of the Most Famous Claimed Archaeoastronomical Alignments in North America, in Viewing the Sky Through Past and Present Cultures, Oxford VII International Conferences on Archaeoastronomy (Bostwick, T.W. & Bates, B. eds) Phoenix (AZ) (Pueblo Grande Museum Anthropological Papers 15), p. 71-77.

Dove $\Delta(Az)$ è la differenza tra l'azimut misurato e quello calcolato per il target astronomico a cui si dovrebbe riferire.

Una volta determinato P(random) si calcola l'area sottesa da una distribuzione Normale standardizzata:

$$Q = 1 - P(random)$$

Con il valore di Q si entra nella tabella e si determina il valore della variabile standardizzata z tale che integrale della Gaussiana calcolato da -z a +z sia pari a Q; quel particolare valore è il numero di σ a cui si posiziona l'azimut Az dell'allineamento misurato rispetto ad una distribuzione Normale di allineamenti casuali. Quindi se z>3 allora la casualità dell'allineamento può essere rigettata in favore della sua intenzionalità altrimenti l'allineamento viene rigettato perché considerato casuale. Il livello di probabilità corrispondente a z=3 è pari a 0,9974, quindi il criterio si Schaefer corrisponde ad un test statistico di significatività il cui limite di accettazione è pari a:

$$Po = (1-P(random)) > 99,74\%$$

Di conseguenza si verifica che il limite di accettazione dell'allineamento sarà dato da:

$$P(random) < (1-0.9974)$$

cioè: *P(random)* < 0,0026 pari allo 0,26% che corrisponde ad 1 probabilità su 385. A questo punto il test statistico di significatività derivato dal criterio si Schaefer è il seguente:

a) si calcola *P(random)* per l'allineamento da mettere alla prova con:

$$P(random) = \Delta(Az)/360^{\circ}$$

Dove $\Delta(Az)$ è la differenza, in gradi tra l'Azimut astronomico misurato e quello calcolato per il target a cui l'allineamento potrebbe riefrirsi.

- b) si esegue il confronto con il livello di probabilità corrispondente a 3σ sulla distribuzione Normale standardizzata N(0, 1, z).
- c) si applica la seguente regola decisionale:

se:

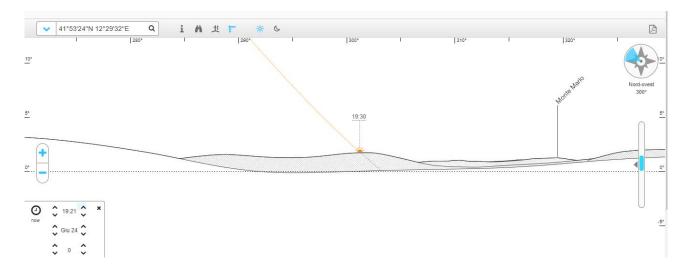
 $P(random) < 0.0026 \rightarrow l'allineamento viene accettato come significativo$

 $P(random) \ge 0,0026 \rightarrow l'allineamento viene rigettato come casuale.$

Dopo aver descritto il test statistico di Schaefer ora possiamo applicarlo ai risultati dell'analisi archeoastronomica dell'area dei Fori Imperiali a Roma e in particolare alla direzione di sviluppo della Via Sacra.

Nome	Azimut misurato	Probabilità di casualità	Target Astrono	omico Esito Test
Pdf	302° ± 4°	0.0022 (1/450)	tramonto SE	significativo
Via Sacra	301.7 ± 0°.2	0.0013 (1/720)	tramonto SE	significativo
Pdf	122° ± 4°	0.010 (1/100)	sorgere SI	rigettato
Via Sacra	121.7 ± 0°.2	0.011 (1/90)	sorgere SI	rigettato

Il Test di Schaefer ha mostrato in maniera inequivocabile che esiste uno ed uno solo allineamento astronomico sufficientemente significativo da essere considerato validi e quindi aver costituito il criterio di orientazione applicato per orientare la Via Sacra. Si tratta della direzione correlata con il tramonto del Sole al Solstizio d'estate. La direzione opposta, quella teoricamente correlata con il sorgere del Sole al solstizio d'inverno, non ha superato i test di significatività statistica, quindi si deve quindi concludere che la direzione corrispondente al tramonto del Sole al solstizio d'estate è quella secondo cui i siti archeologici presenti nei Fori Imperiali a Roma furono deliberatamente orientati. Il criterio solare solstiziale estivo fu tenuto in considerazione immutato lungo i secoli, tanto da essere ancora attualmente determinabile mediante l'analisi archeoastronomica. La seguente Tabella II mostra i risultati dell'analisi archeoastronomica.



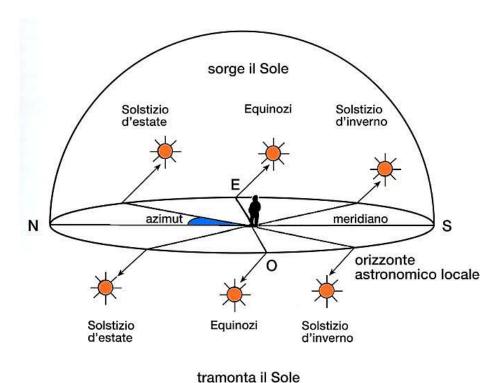
Tramonto del Sole il 24 Giugno del Calendario Giuliano per l'anno 0 a Roma. Il tramonto solstiziale estivo avvenne alle 19:30 ora locale di Roma dietro il profilo dell'orizzonte naturale locale (paesaggio di sfondo) elevato di 1°,7 rispetto all'orizzonte astronomico locale.

A questo punto conviene ricordare, a grandi linee, la problematica relativa ai movimenti apparenti del Sole sulla sfera celeste.

Il moto apparente del Sole sulla Sfera Celeste

La Terra compie annualmente una rivoluzione completa intorno al Sole. Il suo moto orbitale è regolato dalla legge di gravitazione universale e ben descritto dalle tre leggi

scoperte dal matematico tedesco Giovanni Keplero, nel XVII secolo. L'orbita della Terra è un'ellisse poco eccentrica e la distanza orbitale media, a cui il nostro pianeta orbita intorno al Sole è di circa 149.6 milioni di chilometri. Il globo terrestre ruota su se stesso in un giorno siderale, poco meno di 24 ore, quindi un osservatore situato in una determinata località geografica vedrà apparentemente il Sole muoversi, assieme a tutta la sfera celeste da est ad ovest durante l'arco di un giorno. A causa del fatto che la Terra durante un giorno percorre anche una frazione della sua orbita, circa 1/365 del percorso annuale, il Sole avrà variato la sua posizione apparente rispetto alle stelle visibili sulla sfera celeste di poco meno di 1 grado. Il moto del Sole è quindi solamente apparente e dovuto in realtà al fatto che l'osservatore si muove solidalmente con la Terra su cui è ubicato. Il moto apparente del Sole nel cielo si compie sulla proiezione dell'orbita della Terra sulla sfera celeste o più rigorosamente sul cerchio immaginario ottenuto intersecando la sfera celeste con il piano dell'orbita terrestre. Questo cerchio è chiamato Eclittica, termine che fu coniato dagli astronomi greci nell'antichità. Il movimento apparente del Sole sull'Eclittica avviene nello stesso senso del moto orbitale della Terra lungo la sua orbita, direzione detta "diretta" o "antioraria" perché, contraria a quella del moto apparente diurno della Sfera Celeste. Poiché, a causa del moto apparente diurno un osservatore vede gli astri muoversi da est verso ovest (senso orario), vedrà per il moto apparente annuo, il Sole spostarsi tra le stelle in senso contrario, cioè da ovest verso est. La conseguenza è che se un dato giorno durante l'anno il Sole transita al meridiano nello stesso istante in cui passa anche una stella, il giorno successivo esso passerà al meridiano circa quattro minuti dopo la stella in quanto si sarà spostato di circa un grado verso oriente e sarà quindi in ritardo rispetto ad essa. Quando il Sole si trova al punto di intersezione corrispondente al nodo indicato con il termine "Punto Gamma" o "Punto d'Ariete", allora avviene l'Equinozio di Primavera, mentre quando il Sole passa per il punto diametralmente opposto, esso si trova al nodo contrario e quindi avverrà l'Equinozio di Autunno.



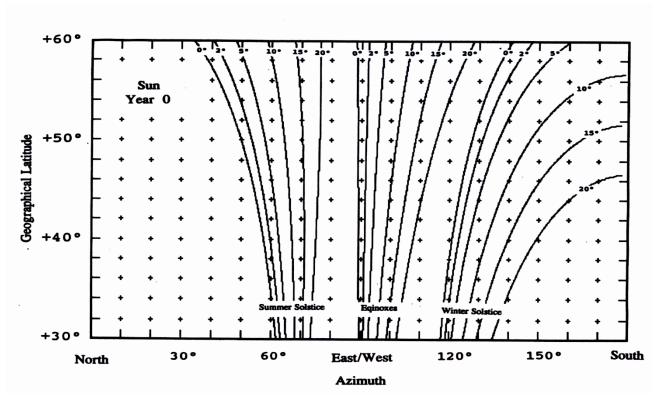
Punti di levata e di tramonto del Sole ai solstizi e agli equinozi.

In definitiva quando avvengono gli equinozi il Sole è posizionato sull'Equatore Celeste; in questi giorni le durate del giorno e della notte corrispondono allo stesso numero di ore; in tutti gli altri giorni dell'anno il numero di ore di luce e di buio variano sia in funzione della data sia in funzione della latitudine geografica del luogo di osservazione. Attualmente le date in cui avvengono gli Equinozi sono il 21 marzo e il 23 settembre rispettivamente per l'Equinozio di Primavera e quello di Autunno, ma nel tempo anche le date degli Equinozi e dei Solstizi sono soggette ad una lenta, ma consistente, variazione particolarmente evidente quando si va molto indietro nel tempo. Il Sole a causa della variazione della posizione della Terra nello spazio per effetto del suo moto orbitale, durante il corso dell'anno cambia in modo periodico la posizione dei punti di sorgere e di tramontare sull'orizzonte. La traiettoria apparente percorsa dal Sole nel cielo varia giornalmente non solo con il variare della data lungo l'anno ma anche in funzione della latitudine geografica dell'osservatore. I punti estremi verso sud e verso nord toccati dalle posizioni di sorgere e tramontare del Sole sull'orizzonte in corrispondenza di una data località geografica, corrispondono ai giorni dei solstizi, così chiamati perché, in quei giorni, si ha l'impressione che il punti di levata e di tramonto del Sole stazionino in quella posizione estrema per qualche tempo, in quanto essi si muovono molto lentamente. I punti estremi di sorgere e tramontare in direzione nord-est vengono toccati in corrispondenza della data del solstizio estivo, mentre al solstizio d'inverno i punti di sorgere e di tramontare saranno i più vicini alla direzione sud-est.

Epoca	Latitudin	e: + 20°	Latitudii	Latitudine: 40°		Latitudine: +60°	
-4000	64°,24	115°,76	57°,77	122°,23	35°,22	144°,78	
-3000	64,34	115,66	57,90	122,10	35,50	144,50	
-2000	64,45	115,56	58,04	121,96	35,81	144,19	
-1000	64,57	115,43	58,19	121,81	36,16	143,84	
000	64,70	115,30	58,36	121,64	36,53	143,47	
+1000	64,82	115,18	58,53	121,47	36,89	143,11	
+2000	64,96	115,04	58,71	121,29	37,29	142,71	

Azimut di sorgere del Sole ai solstizi a diverse latitudini geografiche dal -4000 al 2000.

Ovviamente in corrispondenza dei giorni dell'anno che sono intermedi tra le due date di solstizio le posizioni sull'orizzonte occupate dai punti di sorgere e tramontare saranno a loro volta intermedie tra i due punti solstiziali.



Variazione dei punti di levata del Sole al solstizio d'estate, agli equinozi e al solstizio d'inverno, nell'anno 0, calcolata per un intervallo di latitudine geografica compreso tra 30° e 60° Nord. Le varie curve sono calcolate per un'altezza dell'orizzonte naturale locale compresa tra 0° e 20°.

Dal punto di vista archeoastronomico le posizioni sulla linea dell'orizzonte del sorgere e del tramontare del Sole in corrispondenza dei solstizi è fondamentale in quanto le testimonianze archeologiche ci suggeriscono quanto l'uomo delle Età della Pietra, del Rame, del Bronzo e del Ferro tenesse in grande considerazione l'osservazione e la marcatura della posizione di questi punti.

La Via Sacra: allineamento reale o simbolico?

Se studiamo, ragionando in un ottica archeoastronomica, la disposizione delle pietre o delle buche di palo oppure lo sviluppo delle vie sacre che mostrano una natura regolare e non casuale e quindi posizionate appositamente dall'Uomo, con qualche intento, è possibile ipotizzare che queste linee materializzino sul terreno alcuni allineamenti diretti verso qualche punto sull'orizzonte corrispondente al sorgere o al tramontare di qualche oggetto celeste all'epoca della collocazione cronologica del sito che li ospita. Questo è strettamente vero solo e solamente se l'intento dei costruttori fu di natura astronomica, ma non è automaticamente vero in tutti i casi e per tutti gli allineamenti. E' stato inizialmente ipotizzato da Somerville (1920) e poi successivamente da numerosi altri autori, compreso chi scrive, che in taluni casi gli allineamenti venissero utilizzati in combinazione con alcuni traguardi naturali, posti in lontananza al fine di aumentare l'accuratezza della direzione individuata. In questo caso la probabilità che l'allineamento fosse diretto verso il punto di levata o di tramonto di un oggetto astronomico dovrebbe, almeno in teoria, essere

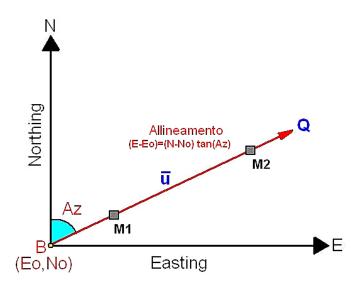
maggiore. Infatti l'uso di basi molto lunghe potrebbe essere stato motivato dall'esigenza di ottenere una maggior precisione nel puntamento. Tali livelli di accuratezza sono giustificabili solamente tentando di traguardare oggetti astronomici che sorgevano o tramontavano all'orizzonte naturale locale, ma deve sempre esistere il ragionevole sospetto che ciò non sia vero, ma solamente frutto del caso. Ad ogni modo una conveniente analisi probabilistica dovrebbe, almeno in teoria, consentire di discriminare tra direzioni astronomicamente significative e direzioni casuali nella maggioranza dei casi con un buon margine di affidabilità. Ovviamente se si applicano le tecniche probabilistiche giuste. Questa sembra un'affermazione banale, ma in realtà è ben lontana dall'esserlo perché dobbiamo però sempre tenere ben presente un fatto di fondamentale importanza e cioè che praticamente quasi tutta l'Archeoastronomia è fondata sulla nozione di allineamento che potremmo sintetizzare mediante la seguente definizione formale: "un allineamento è un segmento orientato che interseca la linea dell'orizzonte astronomico locale in un punto". Questa definizione è formalmente esatta, ma ben poco operativa dal punto di vista pratico. Gli allineamenti che possiamo rilevare nei siti archeologici di potenziale interesse archeoastronomico possono essere di due tipi: allineamenti esatti e allineamenti simbolici. Gli allineamenti di monoliti, buche di palo, sviluppo di vie sacre o altro, sono in genere considerati come realizzazioni statistiche di direzioni esatte orientate verso precisi punti dell'orizzonte locale e questo indipendentemente che il "target" sia di tipo astronomico o meno. L'errore di posizionamento è, secondo questo modo di vedere le cose, descrivibile in termini di variabili casuali che ammettono una funzione densità di probabilità (pdf), quindi l'analisi del sito può procedere con l'impiego di metodi standard basati sulla Statistica e sulla usuale Teoria della Probabilità. Gli allineamenti simbolici richiedono invece solo che il posizionamento dei marcatori (monoliti, pali o altro) fosse stato disposto già in origine in maniera approssimativa rispetto ad una determinata direzione teorica, non necessariamente astronomica, non per cattivo lavoro da parte dei costruttori, ma perché non esisteva la reale necessità di disporli in modo tale da essere esattamente diretti verso un determinato punto dell'orizzonte locale dove avrebbe potuto sorgere o tramontare un astro, questo nel caso di un allineamento astronomicamente significativo. E' questo il caso frequente degli allineamenti lungo sui si sviluppano le vie sacre presenti nei nuclei delle antiche città. Gli allineamenti di questo tipo non sono trattabili con successo mediante gli usuali metodi statistici, poiché le deviazioni riscontrate non sono errori nella usuale concezione statistica del termine e quindi, secondo questo modo alternativo di vedere le cose, non possono essere trattati come variabili casuali. Appare allora chiaro che durante l'analisi dei dati provenienti dal rilievo archeoastronomico non sia possibile utilizzare le usuali tecniche statistiche che trattano le deviazioni tra gli azimut misurati e quelli teorici come variabili casuali, ma diventa necessaria l'applicazione di tecniche più sofisticate basate su altri principi che forniscono gli strumenti matematici necessari per trattare le informazioni secondo una metodologia maggiormente efficace. In realtà possiamo facilmente renderci conto che gli allineamenti "esatti" formalmente non esistono di per se stessi in quanto nulla ci autorizza a ritenere la disposizione dei monoliti o delle buche di palo, o gli sviluppi degli assi viari, che rileviamo in un sito archeologico come affetti da errori casuali. Gli allineamenti potrebbero quindi, nella maggioranza dei casi, essere frutto di disposizioni simboliche degli elementi che li definiscono e gli errori rispetto alle direzioni vere, che tra l'altro è proprio quello che ci si prefigge di determinare mediante dell'indagine archeoastronomica, almeno in prima battuta, non è detto che siano tali, ma potrebbero essere frutto di un deliberato criterio approssimativo adottato dai costruttori nel disporli. Attualmente disponiamo di potenti tecniche per stabilire se un dato allineamento sia di natura esatta oppure solamente simbolica. Tali metodi si basano sul concetto di misura della quantità di informazione racchiusa nell'allineamento che viene esaminato.

Il riconoscimento degli allineamenti astronomicamente significativi : Approccio basato sulla Teoria dell'Informazione

In generale il calcolo del reale livello di significatività statistica di un gruppo di allineamenti è un problema molto complesso e non è chiaro se esistano soluzioni matematicamente soddisfacenti ad esso. Addizionalmente l'applicazione dei criteri statistici usuali richiede che si stia studiando un processo casuale di qualche natura. In un sito archeologico di importanza archeoastronomica non esistono processi casuali in quanto il luogo mostrerà sempre qualche tipo di organizzazione ordinata e ben definita, ben lontana da quella casuale richiesta al fine di soddisfare i teoremi che ci autorizzano l'applicazione delle usuali tecniche statistiche. Questo è il motivo per cui la direzione complessiva definita da una linea di più di due marcatori non può essere ottenuta per mezzo di una semplice media delle direzioni individuali oppure usuali tecniche di regressione lineare. Lo stesso avviene nelle direzioni di sviluppo delle vie sacre presenti nelle antiche città . Chi materializzò sul terreno gli allineamenti che sono rilevabili nei siti archeologici non lo fece con gli occhi bendati. In questo genere di problemi l'applicazione di particolari tecniche che hanno le loro radici nella Teorie dell'Informazione si rivela molto potente. A questo punto è necessario fare alcune considerazioni sulla natura degli allineamenti materializzati sul territorio che possono essere identificati dalla particolare disposizione di buche di palo o pietre fitte o quant'altro (che qui chiameremo per semplicità "marcatori dell'allineamento" M1 e M2), deliberatamente disposti dall'Uomo sul suolo. Dal punto di vista strettamente geometrico un allineamento è determinato al minimo da una qualsiasi disposizione di due marcatori sul terreno quindi un generico allineamento sarà esprimibile con la seguente equazione lineare:

$$(E-Eo) = (N-No) \cdot tan(Az)$$

Dove N ed E sono coordinate metriche gaussiane, in particolare E=easting, N=northing e (Eo,No) sono le coordinate metriche gaussiane del punto B di stazione da cui si diparte l'allineamento e Az è l'azimut geodetico (astronomico) di orientazione misurato in senso orario partendo dalla direzione nord del meridiano astronomico locale passante per il punto di stazione B di coordinate (Eo,No).



La definizione formale di allineamento in coordinate metriche gaussiane

Di fatto un allineamento uscente da un punto origine B di coordinate (Eo,No) rappresenta un vettore u orientato che interseca il cerchio dell'orizzonte astronomico locale in un punto Q posto sulla Sfera Celeste le cui coordinate altazimutali sono: Azimut pari ad Az ed Altezza h pari a zero. Siccome l'orizzonte astronomico locale può essere pensato posto a distanza convenzionalmente unitaria rispetto al punto B, il vettore "allineamento" **u** avrà modulo $|\mathbf{u}|$:=1. Supponiamo ora che nei dintorni del punto Q sull'orizzonte astronomico locale sorga (o tramonti) un astro S1 il quale interseca l'orizzonte astronomico locale nel punto S le cui coordinate altazimutali sono: azimut As e altezza pari a zero per definizione di orizzonte astronomico locale. Se l'astro S1 viene osservato da un osservatore posto nel punto B origine dell'allineamento u, allora la direzione tra B e il punto S potrà essere considerata come un vettore \mathbf{v} anche esso di modulo convenzionalmente unitario ($|\mathbf{v}| := 1$) orientato secondo un azimut astronomico pari a As. Riassumendo quanto detto fino ad ora si ha che \mathbf{u} è il vettore "allineamento" e \mathbf{v} è il vettore "target astronomico". Nel caso degli allineamenti astronomici se il punto S di levata/tramonto dell'astro S1 potrebbe essere stato il bersaglio dell'allineamento \mathbf{u} e in questo caso la differenza angolare θ =(Az-As) può essere considerata come un errore di puntamento, non necessariamente di origine casuale. Ricordiamo anche che l'"energia" E_w di un vettore generico \mathbf{w} è data da:

$$E_{w} = \frac{1}{2} |w|^{2}$$

Quindi per entrambi i vettori \mathbf{u} (allineamento) e \mathbf{v} (target astronomico) le loro energie saranno per definizione pari ad $\frac{1}{2}$.

A questo punto possiamo definire il coefficiente di correlazione incrociata R(u,v) tra l'allineamento \mathbf{u} ed il target astronomico \mathbf{v} mediante la seguente relazione (Proakis, 1989)⁶:

$$R(u,v) = (u \bullet v) / (|u| \cdot |v|)$$

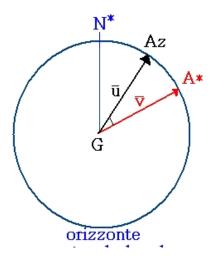
_

⁶ Il lettore interessato alla dimostrazione formale della formulazione del coefficiente di correlazione in termini di vettori, può trovarla a pagina 222 del volume: Proakis J. G., 1989, "*Digital Communications*", McGraw Hill Series in Electrical Engineering, second edition, New York.

Essendo **u** e **v** vettori di modulo unitario si ha semplicemente:

$$R(u,v) = cos(\theta)$$

Questo modo di definire la correlazione tra l'allineamento ${\bf u}$ e il target ${\bf v}$ è perfettamente in accordo con la metodologia statistica per i dati circolari e assiali⁷. La funzione coseno è una funzione pari a forma di campana che assume valore 1 se θ =0° quindi nel caso di correlazione perfetta tra l'allineamento ed il *target* astronomico. Se θ =±90° allora la correlazione incrociata tra l'allineamento e la direzione del *target* astronomico sarà nulla; se invece i due vettori sono allineati, ma di verso opposto essi saranno anticorrelati, e saranno detti vettori *antipodali* e sarà θ =180° e quindi R(u,v) = -1. Questo è un caso molto interessante in quanto se ad esempio consideriamo la direzione di levata del Sole all'orizzonte astronomico locale al solstizio d'inverno e quella di tramonto del Sole al solstizio d'estate, esse saranno anticorrelate, ma giustamente si riferiscono ad un fenomeno mostrato dallo stesso astro: il Sole, quindi due vettori antipodali saranno perfettamente correlati tra di loro.



Un allineamento e il corrispondente target astronomico possono essere considerati come due vettori di modulo unitario rispettivamente orientati secondo un azimut astronomico Az (l'allineamento misurato) e A^* quello corrispondente nel target astronomico.

Quantità di informazione codificata in un allineamento

Il problema di misurare quanta informazione sia contenuta in un allineamento rilevato in un sito archeologico, che si sospetta essere astronomicamente significativo, in relazione al punto di levata o di tramonto di un astro è un problema di non facile soluzione. Dal punto di vista matematico e formale dobbiamo identificare ciascun allineamento con il suo azimut Az misurato rispetto alla direzione settentrionale del meridiano astronomico locale. In questo modo avremo a disposizione, per quel particolare allineamento, N possibili

⁷ In virtù della definizione degli allineamenti data in questa sede, il coefficiente di correlazione R(u,v) è, per definizione, centrato.

targets nel senso che sarà possibile associare ad esso una serie di possibili targets astronomici il cui azimut è As(k) con k=1,...,N. Per ciascun allineamento sarà possibile misurare un errore "di puntamento" $\theta(k)$ definito nel modo seguente:

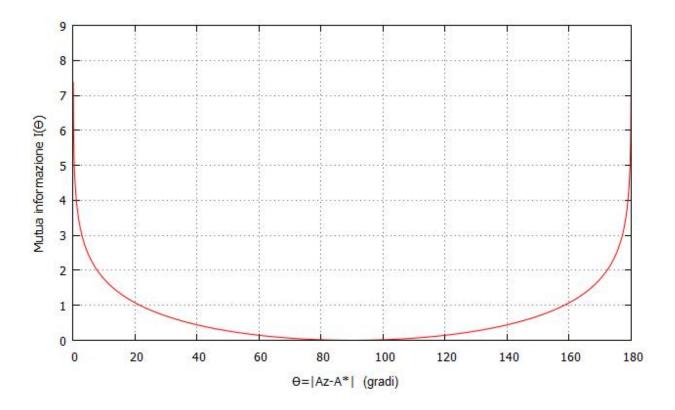
$$\theta(k) := |Az - As(k)|$$

A questo punto diventa possibile calcolare il coefficiente di correlazione R(k) tra l'allineamento misurato nel sito archeologico e ciascuno degli N target astronomici; questo permette di valutare quale potrebbe essere il target astronomico più probabilmente correlato con l'allineamento misurato e assumere valido quello che mostra il valore del coefficiente di correlazione R(k) più elevato. Il coefficiente di correlazione R(k) ha un ben definito legame con la probabilità che l'allineamento ed il target siano casualmente correlati tra loro e che quindi non siano due aspetti differenti della stessa cosa. Per fare questo dobbiamo introdurre una nuova quantità denominata "autoinformazione" misurata un dato allineamento presente nel sito archeologico, rispetto al k-esimo target astronomico e indicata con I(k). Chiariamo un poco la questione. Dato un allineamento presente nel sito archeologico, il solo fatto che il punto dell'orizzonte astronomico locale da esso individuato sia posizionato ad una certa distanza $\theta(k)$ dal corrispondente punto di levata o tramonto pertinente all'astro a lui correlato secondo un determinato coefficiente di correlazione R(k) implica che questo evento racchiuda in se una determinata quantità di informazione che discende dal fatto che chi lo materializzò sul terreno in quel luogo lo fece o casualmente oppure applicando alcuni criteri, a noi ovviamente oggi completamente sconosciuti, ma che rappresentano quello che l'analisi archeoastronomica del sito si prefigge di conoscere. L'auto-informazione *I(k)* è l'informazione corrispondente all'evento: "allineamento" posizionato ad una distanza angolare $\theta(k)$ dal punto dell'orizzonte astronomico locale in cui sorge o tramonta un astro a lui correlato secondo un determinato coefficiente di correlazione R(k)", essa viene denominata "auto-informazione" (selfinformation) associata a quell'evento. La Teoria dell'Informazione ci dice che l'autoinformazione associata ad un dato evento è legata in maniera semplice alla probabilità P(k) che tale evento si possa effettivamente verificare. Tale legame viene formalizzato nella seguente equazione:

$$I(k) = -ln[P(k)]$$
 $(k=1,...,N)$

la quale mette in evidenza che un evento che ha probabilità pari a 1 (=100%) di verificarsi è un evento sicuro e avrà auto-informazione nulla in quanto la sicurezza che esso accada non richiede il verificarsi di particolari condizioni affinché esso avvenga. Esso semplicemente accadrà sempre e in ogni caso, per cui non esisteranno particolari ragioni per meravigliarci se accade e quindi di cercare il motivo per cui l'evento si verifica. Al evento di probabilità bassa richiede che contemporaneamente tutta una serie di fattori che concorrono al verificarsi dello stesso, altrimenti esso non si verificherà affatto. È chiaro che il verificarsi di un evento poco probabile racchiude dentro di se un'alta quantità di informazione relativamente alle cause che hanno concorso a produrre quell'evento. Spingendoci al caso estremo: un evento che ha probabilità quasi nulla di verificarsi, se si verifica racchiude in se una quantità di informazione molto elevata, per cui la sua auto-informazione tenderà all'infinito. Tornando al caso degli allineamenti che si rilevano in un sito archeologico astronomicamente significativo, sarà possibile associare a ciascuno di essi un valore di auto-informazione dipendente dalla loro distanza angolare dal punto dell'orizzonte locale pertinente all'astro con cui ciascuno di loro dovrebbe essere correlato e quindi sarà possibile calcolare la probabilità P(k), per un dato allineamento presente in un sito archeologico potenzialmente astronomicamente significativo, che chi lo materializzò sul terreno volesse proprio orientarlo in quel modo cioè con quel preciso Azimut astronomico, entro i limiti di incertezza dipendenti dalla sua abilità e dalla tecnologia a sua disposizione e in ultima analisi da quello che voleva effettivamente fare, come avviene negli allineamenti simbolici. Tale probabilità si ottiene invertendo l'auto-informazione I(k) relativa all'allineamento rispetto agli N possibili target astronomici, nel modo seguente:

$$P(k) = e^{-I(k)}$$
 $(k=1,...,N)$



Andamento della mutua informazione $I(\theta)$ in funzione di θ espresso in gradi.

Dalla Teoria dell'Informazione otteniamo che la Mutua Informazione I(k) relativa al kesimo target astronomico è legata al coefficiente di correlazione R(k) tra l'azimut Az dell'allineamento rilevato nel sito archeologico e quello As(k) del sorgere o del tramontare del k-esimo astro all'orizzonte astronomico locale in maniera molto semplice:

$$I(k) := -\frac{1}{2} \ln[1 - R(k)^2]$$

misurata in "nats" (acronimo anglosassone di " $Natural \ Units$ "). Il grado di correlazione R(k) è già stato definito in precedenza (Proakis, 1989):

$$R(u,v) = (u \cdot v) / (|u| \cdot |v|) = \cos(\theta)$$

quindi la mutua informazione sarà:

$$I(k) := -1/2 \cdot ln(\sin^2(\theta(k)))$$

La mutua informazione può essere considerata come la quantità di informazione legata all'osservazione di una determinata posizione relativa tra il punto sull'orizzonte determinato dall'allineamento e quello di sorgere o di tramontare di un k-esimo target astronomico. Questo fatto ci conduce a poter calcolare la probabilità Pr(k) che l'allineamento sia correlato con il punto di levata (o di tramonto) di un dato astro all'orizzonte locale del sito in esame solamente a causa di una combinazione di eventi casuali. Tale probabilità vale:

$$Pr(k) = e^{-I(k)}$$

E quindi:

$$Pr = (u \times v) / (|u| \cdot |v|) = sin(\theta)$$

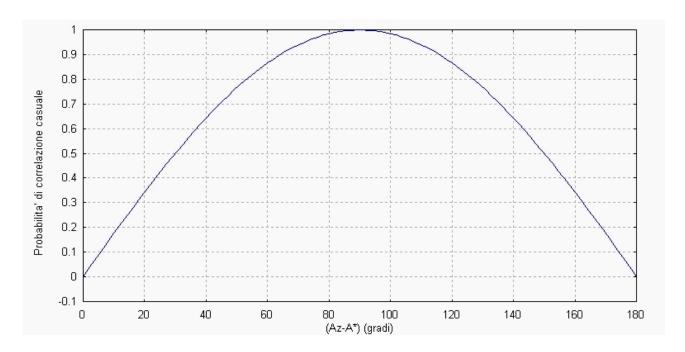
Ed essendo **u** e **v** vettori di modulo unitario si ha:

$$Pr(k) = sin(\theta(k))$$

La probabilità Pr(k) ci suggerisce alcune considerazioni degne di nota. Infatti se l'allineamento e il k-esimo target astronomico è pressoché casuale allora il valore assoluto del coefficiente di correlazione risulta piuttosto basso e la mutua informazione sarà pressoché nulla. Questo conduce ad avere una alta probabilità che quell'allineamento potesse essere stato ottenuto in maniera casuale e non diretto verso il punto di levata o di tramonto dell'astro di cui si ipotizza la correlazione. Ad ogni modo l'allineamento potrebbe essere correlato invece con il punto di levata o di tramonto di un differente astro. Se contrariamente a ciò la correlazione risulta elevata, come conseguenza di una deliberata disposizione dei marcatori che individuano la direzione materializzata dall'allineamento, la mutua informazione sarà elevata. Un valore elevato di mutua informazione implica una bassa probabilità Pr che la correlazione allineamento-astro possa essere casuale. La probabilità dell'evento complementare, cioè quello della effettiva correlazione tra allineamento e astro considerato sarà:

$$Po(k) = 1 - Pr(k)$$

che nel caso di un allineamento molto accurato, essa sarà elevata.



Andamento della probabilità Pr di correlazione casuale tra un allineamento ed il corrispondente *target* astronomico.

La tabella seguente riassume qualitativamente i vari casi:

Funzione	Allineamento casuale	Allineamento correlato	
Correlazione R	Vicino a 0	Vicino a 1	
Mutua informazione I(k)	Vicina a 0	Alta	
Probabilità Pr	Vicina a 100%	Vicina a 0%	
Probabilità Po	Vicina a 0%	Vicina a 100%	

Questo approccio è quello più adatto qualora si consideri gli allineamenti come linee simboliche e non come realizzazioni statistiche dei target astronomici a meno di un margine di errore trattabile come una variabile casuale.

Allineamenti simbolici e realizzazioni statistiche

A questo punto dobbiamo eseguire un confronto tra il modo di operare quando si considerano gli allineamenti, e le loro deviazioni rispetto al target astronomico, come se fossero linee tracciate secondo criteri simbolici e in alternativa come se fossero realizzazioni statistiche del target astronomico a cui si riferiscono. A questo proposito consideriamo la formula che ci fornisce la probabilità di correlazione casuale:

$$Pr = sin(\theta)$$

e siccome mediamente gli allineamenti e i *targets* astronomici ad essi correlati non mostrano differenze angolari molto grandi, altrimenti non vengono nemmeno considerati,

limitiamoci a considerare l'intervallo [$20^{\circ} \ge \theta \ge -20^{\circ}$], peraltro enorme nell'ambito archeoastronomico, e sviluppiamo in serie $sin(\theta)$, quindi:

$$sin(\theta) \approx (\pi/180^{\circ}) \cdot |Az-As| + \dots$$

e quindi la probabilità di correlazione casuale sarà data corrispondentemente da:

$$Pr \approx (\pi/180^{\circ}) \cdot |Az-As| + \dots$$

Se ora cambiamo punto di vista e consideriamo gli allineamenti come realizzazioni statistiche e quindi consideriamo la deviazione |Az-As| come una variabile casuale uniformemente distribuita con media pari a zero e varianza $\sigma^2 = |Az-As|^2/12$, quindi come un errore, la probabilità geometrica Pu di trovare un Azimut Az compreso nell'intervallo $As \pm s$ dove s = |Az-As| è data dal principio detto del "blind marksman":

$$Pu = 2 \cdot |Az - As| / 360^{\circ}$$

Quindi se facciamo il rapporto *Pr/Pu* otteniamo:

$$Pr \approx \pi \cdot Pu$$

Che ci mostra chiaramente come sia possibile accettare per buono un allineamento simbolico diretto verso il punto di levata o di tramonto di un determinato astro anche quando la sua probabilità di casualità sia circa 3 volte maggiore di quella di un allineamento casuale considerato secondo un ottica puramente statistica, che considera la deviazione tra il punto individuato sull'orizzonte dall'allineamento e quello del target astronomico, come un errore che può essere descritto in termini di variabili casuali. Uno dei risultati fondamentali della metodologia descritta è che sulla base dei valori dell'informazione ottenuti correlando gli allineamenti misurati e i loro corrispondenti targets astronomici è che è possibile discriminare tra un allineamento reale e uno simbolico. Nel caso degli allineamenti reali (materializzati sul terreno in maniera accurata, quindi li definiamo impropriamente "esatti") il livello di informazione I(u,v) risulta essere superiore a 3 Nats, mentre per gli allineamenti simbolici il valore dell'informazione risulta essere inferiore a 3 Nats; questo fornisce un utile strumento per discriminare tra i due tipi di allineamento.

Bene, dopo questa parentesi teorica ritorniamo ai Fori Imperiali a Roma e calcoliamo il coefficiente di correlazione incrociata R(u,v), la probabilità $P_r(R)$ di ottenere casualmente quel determinato coefficiente di correlazione e l'informazione I(u,v) contenuta nella correlazione tra il vettore allineamento \mathbf{u} e il vettore target astronomico \mathbf{v} nel caso delle direzioni rilevate per la Via Sacra ai Fori Imperiali di Roma.

Nome	Azimut misurato	Azimut calcolato	Differenza	Target Astronomico
Pdf	302° ± 4°	301°.2	+0°.8	tramonto SE
Via Sacra	301.7 ± 0°.2	301°.2	+0°.5	tramonto SE
Pdf	122° ± 4°	125°.7	-3°.7	sorgere SI
Via Sacra	121.7 ± 0°.2	125°.7	-4°.0	sorgere SI

Nome	Azimut misurato	R(u,v)	$P_{\underline{r}}(R)$	I(u,v)	Target Astronomico
Pdf	302° ± 4°	0.99990	0.0140	4.27	tramonto SE
Via Sacra	301.7 ± 0°.2	0.99996	0.0087	4.74	tramonto SE
Pdf	122° ± 4°	0.99792	0.0645	2.74	sorgere SI
Via Sacra	121.7 ± 0°.2	0.99756	0.0697	2.66	sorgere SI

Appare chiaramente che i livelli di informazione relativi alla direzione di orientazione correlata con il tramonto del Sole al solstizio d'estate (SE) sono rispettivamente 4.27 Nats per la pdf globale e 4.74 Nats per il puro rilevamento individuale della direzione di orientazione della Via Sacra. Nel caso della direzione orientata verso il sorgere del Sole al solstizio d'inverno (SI) abbiamo valori di informazione rispettivamente pari a 2,74 Nats e 2.66 Nats, quindi decisamente inferiori. L'aspetto molto interessante è che la direzione correlata con il tramonto del Sole al solstizio d'estate mostra in entrambi i casi un valore dell'Informazione superiore a 3 Nats che è il limite di discriminazione tra allineamento esatto (I(u,v)>3 Nats) rispetto a quello simbolico (I(u,v)<3 Nats). Bisogna quindi concludere che l'allineamento che fu disposto sul terreno per materializzare la Via Sacra fu la deliberata scelta di allinearla verso il punto di tramonto del Sole al solstizio d'estate.

Visibilità attuale del tramonto del Sole al solstizio invernale lungo la Via Sacra

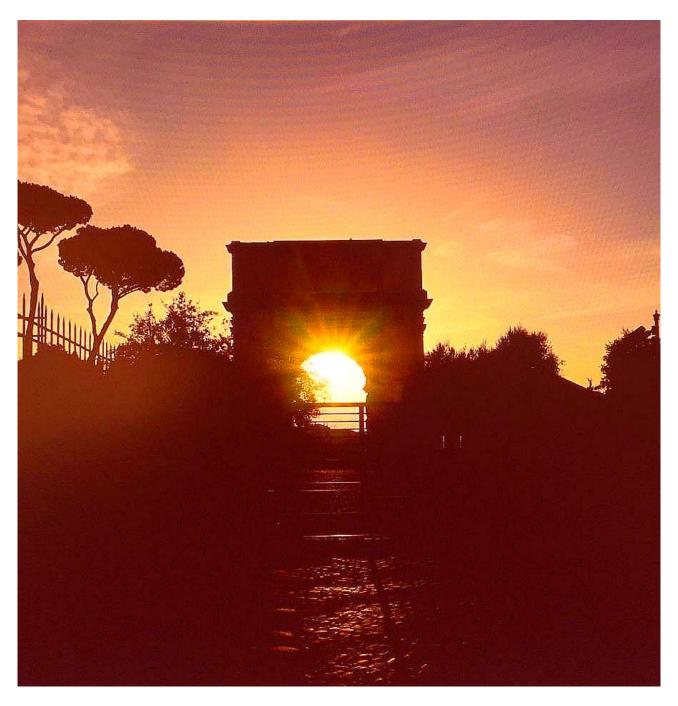
Una questione interessante è relativa alla possibilità di osservare attualmente il tramonto del Sole al solstizio d'estate lungo la Via Sacra. L'azimut di tramonto del Sole, all'orizzonte astronomico locale, al solstizio d'estate è dato da:

$$Az = 360^{\circ} - \arccos[\sin(\varepsilon(t))/\cos(\varphi)]$$

In cui φ è la latitudine geografica dell'osservatore e $\varepsilon(t)$ è l'obliquità dell'eclittica, la quale negli ultimi 2000 anni è variata, in funzione del tempo, secondo la seguente relazione:

$$\varepsilon(t) = 23^{\circ}.691 - 0.000125 \times t + \dots$$

dove *t* è l'anno (ad esempio t = 2000.0). A causa della lentezza della variazione dell'obliquità dell'eclittica, pari a 0.000125 °/anno, il suo valore in epoca augustea era pari a 23°,69 contro i 23°.44 attuali. La corrispondente variazione dell'azimut di tramonto del Sole solstiziale estivo è piccola. Eseguendo i calcoli si rileva che nell'anno 0 l'Azimut astronomico del tramonto solstiziale a Roma era pari a 302°.73, mentre attualmente tale Azimut è diventato 302°.36. La differenza è quindi è pari a 22′ quindi meno un diametro angolare apparente del Sole (30′ circa). Questo significa che il tramonto solare solstiziale estivo è ancora visibile lungo la Via Sacra.



Tramonto del Sole al solstizio estivo 2019 lungo la Via Sacra ai Fori Imperiali a Roma. (foto Alessio Consorte, modificata).

Conclusione

Nel presente lavoro è stato analizzato il complesso sito archeologico dei Fori Imperiali a Roma in cui è stato possibile dimostrare che il criterio di orientazione applicato per dirigere la Via Sacra lungo la quale si allineano i monumenti presenti in quell'area, fu di tipo astronomico. Il criterio di orientazione adottato fu correlato con la diretta osservazione del tramonto del Sole al solstizio d'estate. Addizionalmente quel tipo di criterio fu esatto e non puramente simbolico il quale implico una precisa procedura di allineamento e di materializzazione della direzione solstiziale solare sul terreno ottenuti mediante l'accurata osservazione del punto di tramonto dell'astro diurno eseguita con continuità nei giorni immediatamente antecedenti e seguenti la data del solstizio estivo. E' probabile che la direzione solstiziale estiva messa in evidenza possa essere stata già materializzata sul terreno molto prima del 46 a.C., data di edificazione del Foro di Cesare. Il fenomeno del tramonto solare solstiziale estivo lungo la Via Sacra ai Fori Imperiali è visibile ancora attualmente.

Bibliografia

Gaspani A., 2013, "ARCHEOASTRONOMIA SATELLITARE: Tecniche moderne per il rilievo e lo studio dei siti archeologici di rilevanza astronomica", Collana Manualistica, Ed. Associazione Culturale Fonte di Connla, Ivrea (TO), 2013, ISBN 978-88-98411-14-6.

Gaspani A., 2012, "ARCHEOASTRONOMIA. La conoscenza del cosmo delle popolazioni antiche", Collana Manualistica, Ed. Associazione Culturale Fonte di Connla, Ivrea (TO), 2012, ISBN 978-88-98411-06-1.

Cernuti S., Gaspani A., 2006, "INTRODUZIONE ALLA ARCHEOASTRONOMIA: NUOVE TECNICHE DI ANALISI DEI DATI", Atti della Fondazione Giorgio Ronchi, vol. LXXXIX, 190 pp. Edizioni Tassinari, Firenze, 2006. ISBN 88-88649-11-5.

Schaefer B. E. 2006,: Case Study of Three of the Most Famous Claimed Archaeoastronomical Alignments in North America, in Viewing the Sky Through Past and Present Cultures, Oxford VII International Conferences on Archaeoastronomy (Bostwick, T.W. & Bates, B. eds) Phoenix (AZ) (Pueblo Grande Museum Anthropological Papers **15**), p. 71-77.