

Il disco di Libarna: un possibile calendario lunisolare protostorico ligure?

Adriano Gaspani

I.N.A.F. – Istituto Nazionale di Astrofisica
Osservatorio Astronomico di Brera - Milano
adriano.gaspani@brera.inaf.it

Introduzione

La capacità di percepire i ritmi della natura e di vivere in armonia con essa fu un'essenziale esigenza per le popolazioni preistoriche e protostoriche. Fu così anche per i Liguri, come per altre popolazioni europee dell'Età del Ferro, essendo la loro, una società la cui economia era prevalentemente rurale. Il Sole e la Luna con i loro movimenti ciclici furono fondamentali dal punto di vista del computo del tempo e dello sviluppo del calendario. In questo modo la Luna permetteva di dividere il tempo in settimane, quindicine e mesi, mentre al Sole spettava il compito di scandire l'anno. Il Sole, a causa del moto di rotazione e di rivoluzione della Terra, sorge ogni giorno circa 4 minuti più tardi rispetto alle stelle, quindi una stella sorge e tramonta circa quattro minuti prima rispetto al giorno precedente. Ciò significa che una costellazione che in un determinato periodo dell'anno sorge e tramonta assieme al Sole non è visibile a causa della luce dell'astro diurno e della sua diffusione da parte dell'atmosfera della Terra. Sei mesi dopo la costellazione sorgerà dodici ore prima del Sole e sarà quindi visibile durante tutta la notte. Per questa ragione tutte le costellazioni vicine all'eclittica sono visibili in media per sei mesi all'anno. Potremo quindi parlare di costellazioni "estive" e "invernali". Anche i pianeti si spostano nel cielo, Mercurio e Venere percorrono le loro orbite tra la Terra e il Sole rimanendo sempre abbastanza prossimi ad esso e si possono osservare alternativamente verso est subito prima dell'alba e verso ovest subito dopo il tramonto. Marte, Giove e Saturno percorrono le loro orbite oltre quella della Terra quindi possono essere visibili per lungo tempo durante l'intera nottata. Anche loro generalmente anticipano ogni giorno la loro levata, ma talvolta a causa del loro moto retrogrado sembrano invertire la direzione del loro movimento sorgendo in ritardo rispetto al giorno precedente. Le popolazioni celtiche facevano riferimento soprattutto a corpi celesti quali la Luna e le stelle. L'importanza della Luna per le genti di stirpe ligure è stata documentata in maniera oggettiva.

Il Disco di Libarna

Il reperto che va sotto il nome di "disco di Libarna" è una sottile lamina discoidale di piombo, di provenienza abbastanza incerta, del diametro di alcuni centimetri, forato al centro e ricoperto di incisioni su entrambe le facce. I segni tracciati su entrambe le facce hanno recentemente permesso di avanzare alcune ipotesi in relazione alla sua

interpretazione ed al suo uso pratico. Il reperto era conservato a Genova nel deposito di Villa Durazzo-Pallavicini che attualmente ospita la collezione archeologica più importante della Liguria ed era stato genericamente classificato come “peso” e mai degnato di considerazione. Se osserviamo le figure tracciate sulle due facce del disco osserviamo che sulla prima, la più raffinata o cosiddetta “nobile”, osserviamo 13 figure semilunate racchiuse in 13 settori di cui una, però, è tagliata da una linea che la divide a metà quindi risulta diversa dalle altre 12. Sul lato opposto sono tracciati 2 segmenti ortogonali che si intersecano sulla superficie del disco ripartendola in quattro parti, ma si incontrano in vicinanza del centro geometrico, che è forato, e quindi sono decentrati rispetto ad esso. In ciascuno dei quattro settori circolari sono ripetute delle lunette “simboliche” in numero di 12, tre per ciascuno dei quattro settori.



Il disco di Libarna esposto al Museo Archeologico di Genova

Un possibile uso pratico del disco di Libarna

Recentemente Guido Cossard e Walter Riva hanno avanzato l'ipotesi che il disco potrebbe aver avuto una funzione calendariale. Per poter comprendere come avrebbe potuto essere utilizzato il disco di Libarna dal punto di vista calendariale e capire come era strutturato il

calendario della popolazioni protostoriche liguri bisogna ricordare quella che con molta probabilità fu l'evoluzione che portò svariate popolazioni protostoriche (in primis le popolazioni celtiche) ad sviluppare un calendario di tipo lunisolare destinato a codificare un algoritmo pratico capace di accordare il computo solare annuale con il computo lunare mensile raggiungendo un rilevante accordo. In queste tappe si sottintende che i Liguri erano già arrivati, come più o meno tutte le popolazioni protostoriche a loro contemporanee, da tempo all'idea di suddividere il computo del tempo in periodi fondamentali basati sulla ciclicità dei fenomeni astronomici. Se il Sole scandiva gli anni e le stagioni, alla Luna spettava il compito di scandire le settimane e i mesi. La prima realizzazione di un calendario, che definiremo "arcaico", utilizzò esclusivamente la Luna come generatore fondamentale di periodicità di riferimento, ed era probabilmente esclusivamente lunare con un anno costituito da 12 lunazioni complete per un totale di 354 giorni solari medi ripartiti in 12 mesi.



Le due facce del disco di piombo di Libarna

Tutto questo non era altro che la codifica delle più evidenti periodicità della Luna che suggerì agli uomini, fino dal Neolitico, la ripartizione del tempo in giorni, settimane, quindicine e mesi. In questo modo i mesi iniziavano ritualmente con la Luna ad una ben determinata fase di riferimento che nel caso del calendario ligure non ci è nota. Anche la lunghezza esatta dei mesi utilizzata dalle popolazioni liguri non ci è nota, ma fu probabilmente già fissata alternativamente a 29 e a 30 giorni in modo da compensare approssimativamente sia la lunghezza media del mese sinodico lunare (29,53 giorni) che è intermedia tra questi due valori, sia per compensare le sue variazioni annuali, che peraltro dovevano probabilmente risultare inspiegabili alle popolazioni protostoriche residenti nell'area di Libarna, in particolare ai Liguri Dectunini. Il disco di Libarna riporta solamente una divisione dell'anno in 13 settori mensili, senza alcuna indicazione dei giorni, quindi il reperto sembra essere stato un dispositivo di tipo portatile utilizzato soprattutto dalla gente comune che aveva il problema pratico di accordare il computo lunare, molto evidente dalla pura e semplice osservazione della Luna nel cielo, con il computo solare fondamentale per ripartire l'andamento stagionale e finalizzato

soprattutto alla pratica dell'agricoltura e dell'allevamento. Il disco di Libarna con le sue incisioni arriva a fornire correttamente il mese, ma non il giorno. La divisione in 13 settori, anzi 12 settori più 1 supplementare rimanda senza ombra di dubbio al computo lunisolare finalizzato a trovare un algoritmo più semplice possibile che permetta di ottenere praticamente un ragionevole accordo tra il computo solare fondamentale per la pratica dell'agricoltura e il computo lunare dotato di grande semplicità di attuazione e probabilmente connesso con le pratiche religiose e l'amministrazione del culto.

Il problema generale della progettazione di un calendario.

Il problema generale della progettazione di un calendario è piuttosto complesso e può essere risolto a vari livelli di accuratezza ed utilizzando numerosi metodi possibili. Il procedimento teoricamente più accurato è quello di applicare un certo numero di leggi che fanno parte dell'Astronomia matematica, che però è necessario conoscere. Ovviamente il grado di accuratezza con cui queste leggi vennero anticamente intuite, messe a punto e rappresentate sotto forma di regole empiriche destinate al calcolo pratico fu strettamente dipendente dall'epoca storica durante la quale un determinato sistema calendariale venne progettato e dall'ambiente culturale di quel periodo. È importante sottolineare che la progettazione di un calendario efficiente può essere eseguita in maniera completamente indipendente da qualsiasi vincolo o abitudine sociale propria di una determinata popolazione, ma è solamente una questione formale di trasposizione e di applicazione di un certo numero di regole, più o meno complesse, messe a punto dopo aver acquisito un adeguato bagaglio di dati ottenuti mediante l'osservazione degli astri e una buona attitudine alla speculazione. La natura ha fornito l'uomo antico di tre unità di misura naturali del tempo sperimentalmente rilevabili: 1) il giorno solare; 2) il mese lunare; 3) l'anno solare tropico. Sfortunatamente queste tre unità di misura naturali hanno il difetto di non essere commensurabili tra di loro in maniera semplice. Lo sviluppo di un calendario affidabile è equivalente alla determinazione di tre numeri interi A , B , C capaci di soddisfare con ragionevole accuratezza la seguente semplice eguaglianza matematica:

$$A \text{ anni} = B \text{ mesi} = C \text{ giorni}$$

La terna A , B , C per essere accettabile deve soddisfare la precedente equazione in maniera sufficientemente accurata per un intervallo di tempo ragionevolmente lungo: più è lungo questo intervallo di tempo e migliore è il calendario che è stato sviluppato. Questa relazione matematica è molto generale e rappresenta la base di tutti i calendari lunisolari che furono messi a punto dalle culture dell'antichità durante i millenni, quindi possiamo affermare che il grado di accuratezza di un calendario, e di conseguenza la sua durata, cioè il periodo di tempo durante il quale esso è in grado di fornire buone previsioni, dipenderà da quanto i tre numeri A , B , C saranno stati accuratamente determinati. Infatti una cattiva qualità dei tre parametri condurrà molto presto ad uno sfasamento inaccettabile tra il tempo vero e quello previsto dal calendario. Questa discrepanza è dovuta all'accumulo degli errori, ciclo dopo ciclo. La precedente equazione matematica possiede un evidente carattere ciclico e può essere interpretata in termini di numeri di complete rivoluzioni della Terra intorno al Sole e della Luna intorno alla Terra, o adottando la visione geocentrica del mondo tipica degli antichi, in termini di numeri di rivoluzioni apparenti

complete del Sole e della Luna sulla Sfera Celeste. Tale relazione può essere facilmente trasformata nelle tre seguenti semplici equazioni:

$$1 \text{ anno} = C/A \text{ giorni}$$

$$1 \text{ mese} = C/B \text{ anni}$$

$$1 \text{ anno} = B/A \text{ mesi}$$

Le due precedenti serie di equazioni matematiche sono del tutto perfettamente equivalenti tra loro dal punto di vista aritmetico, ma esse rappresentano due punti di vista molto differenti per quanto concerne l'aspetto storico. La relazione: (A anni = B mesi = C giorni) può essere facilmente messa a punto contando gli anni, i mesi e i giorni trascorsi da una determinata data iniziale. Questo può essere fatto senza una grande esigenza di precisione, anzi basta semplicemente che la data di inizio del conteggio sia molto lontana; più lontana è, migliore risulta il funzionamento del metodo. Questo permette di stimare con buona precisione la terna di numeri A, B, C e tale scelta può rimanere buona e fornire accettabili risultati per molti cicli senza richiedere alcuna correzione per migliorarla. In più il funzionamento di un algoritmo predittivo basato su questi tre numeri può funzionare sufficientemente bene anche se è stato commesso qualche piccolo errore nella loro valutazione. La formulazione rappresentata dal gruppo formato dalle tre equazioni precedentemente elencato invece, per essere applicata, richiede una lunga serie di osservazioni astronomiche molto accurate al fine di stabilire con adeguata precisione i valori dei rapporti C/A, C/B e B/A in modo che essi possano rimanere applicabili per un periodo di tempo lungo. L'osservazione astronomica accurata richiede la disponibilità sia dell'adeguata tecnologia che la messa a punto di un'accurata metodologia di lavoro. Infatti per essere utili i rapporti C/A, C/B e B/A devono essere conosciuti con un numero considerevole di cifre decimali, ma questo fatto lo sappiamo oggi, poiché l'astronomia matematica ci è completamente nota, ma nei tempi antichi i tre rapporti dovevano essere obbligatoriamente espressi come frazioni ottenute dal rapporto tra due numeri interi, spesso molto grandi. Un'accurata determinazione dei due termini di ciascuna delle tre frazioni poteva essere ottenuta in due modi. Il primo richiede, come è stato detto prima, il conteggio di una quantità di giorni, di mesi e di anni trascorsi partendo da una determinata data iniziale. Questo modo di procedere per essere applicabile alla determinazione dei tre rapporti con un sufficiente grado di precisione richiede di tenere aggiornato il computo dei giorni, dei mesi e degli anni per periodi di tempo piuttosto lunghi, anche dell'ordine delle centinaia di anni. Tale metodo risulta semplice solo a prima vista in quanto il mantenimento del computo senza errori, per generazioni e generazioni, è praticamente impossibile da realizzare praticamente. La via alternativa fu l'osservazione astronomica eseguita utilizzando alcuni allineamenti composti da pietre o pali in legno, disposti sul terreno lungo particolari direzioni astronomicamente significative tesi ad ottenere i valori della lunghezza dei cicli solare e lunare mediante osservazione del transito dei punti di levata e di tramonto del Sole e della Luna rilevate lungo le direzioni materializzate mediante tali allineamenti, con un margine d'errore relativamente ridotto il quale poteva ulteriormente essere reso più piccolo facendo uso di alcuni particolari orografici posti in lontananza lungo il profilo dell'orizzonte naturale locale, utilizzati come punto di collimazione. Questa metodologia permise di ottenere dei valori accurati dei rapporti C/A, C/B e B/A in tempi molto più brevi, dell'ordine delle decine d'anni. Per esempio dovendo stabilire la lunghezza dell'anno tropico fu necessario determinare accuratamente l'istante dei solstizi. Questo poté essere ottenuto utilizzando i monumenti

megalitici astronomicamente significativi che se correttamente orientati e usati, permettevano di ottenere precisioni abbastanza elevate soprattutto se per gli allineamenti si utilizzavano anche dei traguardi naturali rappresentati da particolari del paesaggio sull'orizzonte naturale locale distante. Il grado di precisione raggiungibile aumentava con l'aumentare della distanza tra il sito in cui erano posti i punti di stazione e il particolare dell'orizzonte scelto come traguardo. Ovviamente esiste un limite fisico alle distanze dei particolari orografici utilizzabili a questo scopo che è rappresentato dalla curvatura della Terra. Come verrà mostrato più oltre, buoni valori di A, B e C furono stimati probabilmente già durante il Neolitico, ma mancando documenti scritti, è difficile avere un'idea precisa di quanto i sistemi di misura del tempo di quell'epoca potessero essere accurati, anche se lo studio degli allineamenti astronomicamente significativi codificati nei monumenti megalitici ci aiuta molto. Bisogna tenere ben presente che nell'antichità non era disponibile alcun formalismo matematico che permettesse di eseguire i calcoli aritmetici in maniera meccanica, di conseguenza la soluzione dei più elementari problemi di calendario richiese uno sforzo intellettuale notevole. Esiste anche un'ulteriore complicazione che riguarda il fatto che i calendari richiedono l'uso di numeri interi di giorni, settimane e mesi, quindi per essere sviluppati richiedono la determinazione del numeratore e del denominatore delle frazioni che esprimono i rapporti tra i vari cicli astronomici utili ai fini calendariali, in altre parole A, B, C devono essere numeri interi.

Il problema matematico della progettazione del calendario lunisolare

Vediamo ora di affrontare il problema dell'ottimizzazione di un calendario lunisolare dal punto di vista strettamente matematico. Prima di tutto siccome il disco di Libarna risale presumibilmente al I secolo a.C. dobbiamo calcolare la lunghezza dell'anno tropico solare A (espresso in giorni solari medi) in quel particolare periodo storico utilizzando la seguente approssimazione:

$$A = 365.24219878 - 0.00000616 \cdot T$$

dove T è il numero di secoli giuliani, di 36525 giorni solari medi, trascorsi dal 1 Gennaio 1900. Questo anno tropico contiene 12 lunazioni complete più un eccesso di 10.88 giorni solari medi.

$$A = 12 \cdot P_s + 10.88$$

dove P_s è il periodo sinodico lunare (1 lunazione) pari, in media, a $P_s=29.5306$ giorni solari medi. La lunghezza dell'anno solare tropico nel I sec. a.C. è pari a 365.2424 giorni solari medi, quindi tale valore verrà utilizzato nel calcolo. L'equazione fondamentale che descrive i calendari lunisolari è la seguente (Gaspani, 2010):

$$354 \cdot X + 30 \cdot Y = 365,2424$$

dove 354 è il numero intero di giorni che compongono l'anno lunare formato da 12 lunazioni e 365,2424 è la lunghezza dell'anno tropico solare durante tutto il I millennio a.C., Y è il numero di mesi intercalari di 30 giorni da inserire ogni X anni sinodici lunari di 12 lunazioni complete per ottenere il miglior accordo con il computo solare. Risolvendo l'equazione si perviene al rapporto:

$$Y/X = 0,374646\dots$$

Tale rapporto è un numero reale, ma lo sviluppo di un calendario richiede, per definizione di esprimerlo per mezzo di una serie di numeri interi positivi, quindi la tecnica più efficace è lo sviluppo secondo una "frazione continua". Una frazione continua è una espressione del tipo:

$$x = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

Il concetto di frazione continua serve per soddisfare il bisogno di avere una rappresentazione "matematicamente pura" dei numeri reali. La rappresentazione dei numeri reali in termini di frazioni continue ha svariate proprietà utili:

- a) La frazione continua di un numero è finita se e solo se il numero è razionale.
- b) La frazione continua dei numeri razionali "semplici" è breve.
- c) La frazione continua dei numeri irrazionali è unica.
- d) La frazione continua di un numero razionale è quasi unica: ci sono esattamente due frazioni continue per ogni numero razionale, che sono uguali, tranne per il fatto che una termina con $\dots a, 1]$ e l'altra con $\dots a+1]$.
- e) Troncando la frazione continua di un numero x si ottiene un'approssimazione razionale di x che in un certo senso è la "migliore possibile".

Poiché la scrittura estesa delle frazioni continue è generalmente poco pratica, vengono usate diverse notazioni per abbreviarla: se ad esempio i termini sono a_0, a_1, a_2 e a_3 , come in quella precedente scritta per esteso, la frazione continua viene scritta nel seguente modo:

$$[a_0; a_1, a_2, a_3]$$

Torniamo ora la problema matematico del calendario lunisolare. Il rapporto $Y/X=0.374676$ è quindi convenientemente possibile scriverlo secondo la seguente frazione continua:

$$Y/X = [0; 2, 1, 2, 61, 3, \dots]$$

Questo conduce alla serie dei "convergenti" che approssimano il rapporto Y/X mediante successivi troncamenti della frazione continua in cui esso è stato sviluppato; i "convergenti" ci forniscono le combinazioni di numeri interi che approssimano al meglio il rapporto, utili per stabilire quanti mesi intercalari di 30 giorni devono essere inseriti dopo un certo numero di anni lunari per approssimare l'anno tropico solare. I primi quattro convergenti relativi alla frazione continua usata come esempio si possono facilmente calcolare utilizzando i seguenti semplici formulari:

$$\frac{a_0}{1}, \quad \frac{a_0 a_1 + 1}{a_1}, \quad \frac{a_2(a_0 a_1 + 1) + a_0}{a_2 a_1 + 1}, \quad \frac{a_3(a_2(a_0 a_1 + 1) + a_0) + (a_0 a_1 + 1)}{a_3(a_2 a_1 + 1) + a_1}$$

L'accuratezza dell'approssimazione aumenta con l'ordine del convergente considerato. La sequenza dei primi 5 convergenti della frazione parziale che approssima il rapporto Y/X è la seguente:

$$Y/X = [1/2], [1/3], [3/8], [184/491], [11227/29959], \dots$$

Consideriamo il primo convergente, esso produce l'approssimazione:

$$Y/X = 1/2$$

Questo risultato ci indica che una prima possibile politica di intercalazione, peraltro molto grossolana, è quella di inserire 1 mese intercalare di 30 giorni ogni 2 anni sinodici lunari. Tale approssimazione è di scarsa accuratezza e produce una lunghezza media dell'anno di calendario pari a 374 giorni solari medi con un errore di 8 giorni in più rispetto al valore dell'anno tropico solare dopo 2 anni. Storicamente questa politica di intercalazione fu adottata nei calendari arcaici greco e romano i quali erano relativamente imprecisi e grossolani. Prendiamo ora in esame il secondo convergente, esso conduce all'approssimazione:

$$Y/X = 1/3$$

Questo risultato ci indica che un'altra possibile politica di intercalazione, è quella di inserire 1 mese intercalare di 30 giorni ogni 3 anni sinodici lunari. Tale approssimazione è di accuratezza maggiore rispetto alla precedente e produce una lunghezza media dell'anno di calendario pari a 364 giorni solari medi con un errore di 3,7 giorni in meno rispetto al valore effettivo dell'anno tropico solare dopo trascorsi 3 anni. Storicamente anche questa politica di intercalazione fu adottata nei calendari greci e romani successivi a quelli arcaici e nel caso romano nel calendario precedente alla riforma giuliana. Prendiamo ora in esame il terzo convergente, esso conduce all'approssimazione:

$$Y/X = 3/8$$

Questo risultato ci indica che un'altra possibile politica di intercalazione, relativamente accurata, è quella di inserire 3 mesi intercalari di 30 giorni ogni 8 anni sinodici lunari. Tale approssimazione è di accuratezza maggiore rispetto alla precedente e produce una lunghezza media dell'anno di calendario pari a 365,25 giorni solari medi con un errore di 0,06 giorni in meno rispetto al valore dell'anno tropico solare dopo 8 anni. Questa è l'Octaeride tipica del calendario greco. I convergenti di ordine superiore, il quarto ed il quinto, prevedono l'inserzione di 184 anni embolismici su 491 anni lunari nel caso del convergente di ordine 4 cioè $[184/491]$, e 11227 anni embolismici su 29959 anni sinodici lunari nel caso del quinto convergente: $[11227/29959]$. Tali approssimazioni sono molto accurate, ma richiedono sequenze molto lunghe e nessuna popolazione antica nota le ha mai applicate. Combinando opportunamente il primo ed il secondo convergente, quindi $[1/2]$ e $[1/3]$ si ottiene la soluzione:

$$Y/X = 2/5$$

Che corrisponde alla politica di intercalazione tipica del calendario gallico, codificato nella tavola di bronzo di Coligny: inserire 2 mesi intercalari di 30 giorni ciascuno ogni 5 anni

sinodici lunari. Storicamente è interessante ricordare un'altra combinazione dei convergenti, quella che fornisce la soluzione:

$$Y/X = 7/19$$

La quale corrisponde alla politica di intercalazione tipica dei calendari greco, ebraico e cinese cioè inserire 7 mesi intercalari di 30 giorni ciascuno ogni 19 anni sinodici lunari. Prendiamo ora nuovamente in esame il rapporto $Y/X = 0,374646\dots$ che rappresenta la soluzione ottimale dell'equazione fondamentale dei calendari lunisolari, orbene se prendiamo il suo reciproco: $X/Y = 2,668469371\dots$, esso può essere scomposto in una serie di termini successivi:

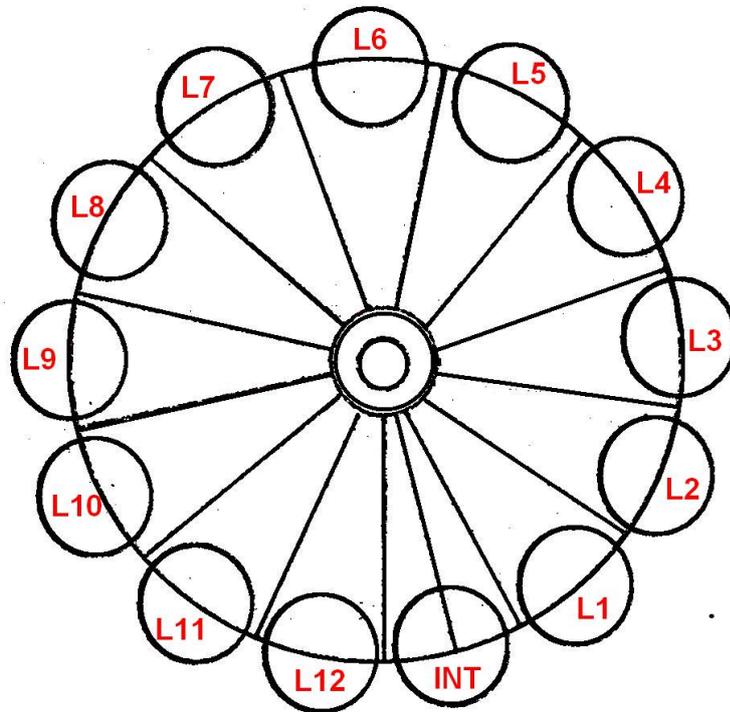
$$X/Y = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{17}{250} + \dots$$

Questo ci indica che fermandoci al primo termine $X/Y = 2$ troviamo di nuovo l'inserzione di 1 mese intercalare da 30 giorni ogni 2 anni sinodici lunari. Se consideriamo i primi due termini avremo:

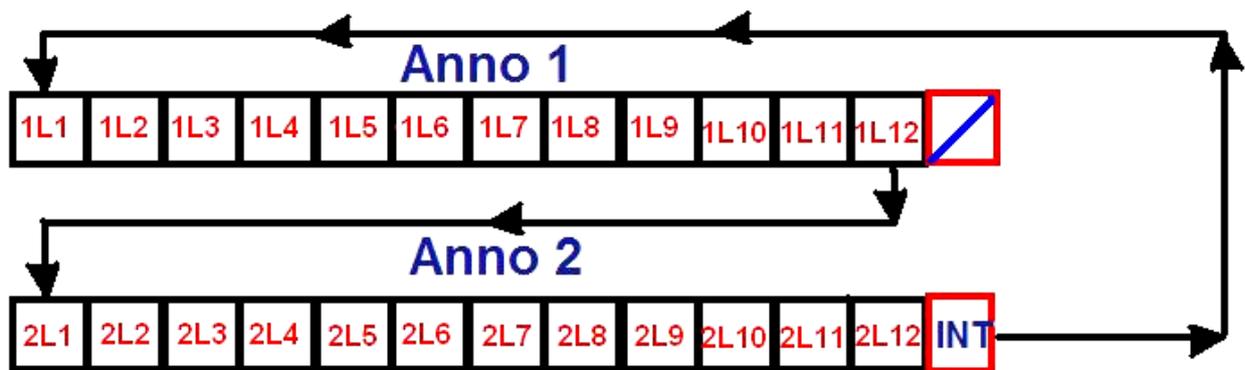
$$X/Y = 2 + \frac{1}{2} + \dots = 2,5 + \dots$$

Che prevede l'inserzione di 1 mese intercalare di 30 giorni ogni 2,5 anni sinodici lunari, cioè 30 giorni ogni 30 mesi di calendario: essa è la soluzione adottata dai druidi gallici e codificata nel calendario di Coligny. Torniamo ora alla struttura del disco di Libarna la quale, sulla faccia nobile, mostra una divisione in 13 settori, 12 normali più un tredicesimo segnato da una barra che lo taglia verticalmente nel mezzo in modo da indicare che tale settore è differente dei rimanenti 12. In questa sede indicherò i 12 settori con le sigle da L1 a L12 partendo da quello immediatamente successivo al settore tagliato dalla barra verticale e ruotando in senso antiorario. Il tredicesimo settore verrà indicato con INT. Esaminiamo ora le varie soluzioni previste dallo sviluppo in frazioni parziali del rapporto Y/X . La prima soluzione è quella stabilita dal primo convergente $[1/2]$ e prevede l'inserzione di un mese intercalare ogni 2 anni lunari sinodici. La realizzazione di questo meccanismo, utilizzando il disco di Libarna, consiste nel partire a contare dal settore L1 contando un settore per ogni lunazione trascorsa fino a completare l'anno lunare giungendo ad esaurire il settore L12. chiameremo queste lunazioni con 1L1,...1L12; il numero posto a sinistra si riferisce al numero d'ordine dell'anno di conteggio delle lunazioni. Ora, saltando il settore indicato con INT, si ripete il conteggio delle lunazioni per il secondo anno esaurendo la serie 2L1,...,2L12. Il disavanzo accumulato tra il computo lunare ed il computo solare, dopo 2 anni lunari è pari a poco meno di 22 giorni che devono essere recuperati eseguendo, prima di iniziare il nuovo anno, il conteggio di un mese supplementare di 30 giorni conteggiando quindi INT. Questa soluzione produce un disavanzo di poco più di 8 giorni, troppo evidenti per essere accettati anche per un tempo breve limitato a pochi anni. La soluzione successiva corrisponde al secondo convergente $[1/3]$ e prevede l'inserzione di 1 mese intercalare di 30 giorni ogni 3 anni lunari sinodici. Il meccanismo pratico è analogo a quello precedentemente descritto per il convergente $[1/2]$ tranne che il conteggio si estende per tre cicli di 12 lunazioni determinando le sequenza 1L1,...,1L12, 2L1,...,2L12, e 3L1,...,3L12, e accumulando quasi 33 giorni differenza tra il computo lunare e quello solare. A questo punto l'inclusione del settore INT nel computo globale permette di recuperare 30 giorni di disavanzo riducendo l'errore complessivo a soli 3 giorni circa. Il convergente successivo è $[3/8]$ che risulta non applicabile perché richiederebbe sul disco la presenza di 3 settori intercalari "INT", cosa che non avviene in quanto sul disco di Libarna è presente un solo settore di quel tipo. Per poter applicare

l'approssimazione prevista dal convergente $[3/8]$, sul disco avrebbero dovuto essere presenti 15 settori e non 13 come avviene in realtà sul reperto. Non prenderemo in esame, per ovvie ragioni i convergenti di ordine superiore.

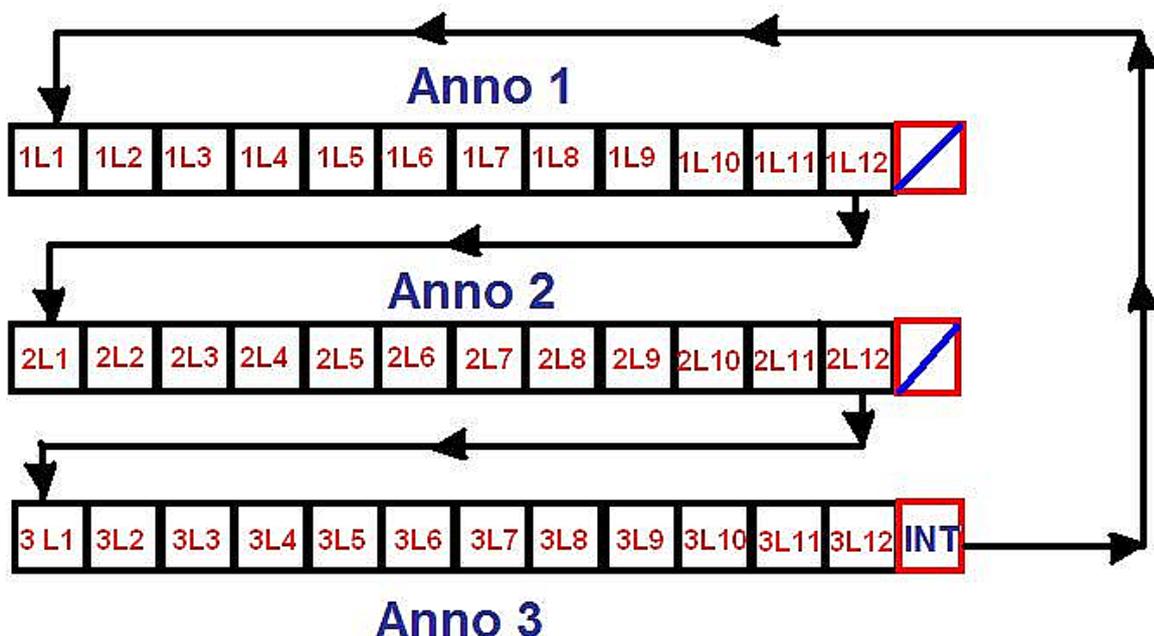


Modello matematico ricostruttivo della struttura della faccia nobile del disco di Libarna. Sono indicati i 12 settori corrispondenti alle 12 lunazioni comprese nell'anno sinodico lunare con le sigle da L1 a L12 partendo da quello immediatamente successivo, verso sinistra, al settore tagliato dalla barra verticale e ruotando in senso orario. Il tredicesimo settore è indicato con INT e corrisponde al mese intercalare.



Un possibile utilizzo calendariale del disco di Libarna, consiste nel partire a contare dal settore L1 contando un settore per ogni lunazione trascorsa fino a completare l'anno lunare giungendo ad esaurire il settore L12. Chiameremo queste lunazioni con 1L1,...1L12; il numero posto a sinistra si riferisce al numero d'ordine dell'anno di

conteggio delle lunazioni. Ora, saltando il settore indicato con INT, si ripete il conteggio delle lunazioni per il secondo anno esaurendo la serie 2L1,...,2L12. Questo corrisponde alla soluzione stabilita dal convergente [1/2]. Il disavanzo accumulato tra il computo lunare ed il computo solare, dopo 2 anni lunari è pari a poco meno di 22 giorni che devono essere recuperati eseguendo, prima di iniziare il nuovo anno, il conteggio di un mese supplementare di 30 giorni conteggiando quindi il settore "INT". Questa soluzione produce un disavanzo di poco più di 8 giorni, troppo evidenti per essere accettati anche per un tempo breve limitato a pochi anni.



Una politica di intercalazione più precisa corrisponde al secondo convergente [1/3] della frazione continua e prevede l'inserzione di 1 mese intercalare di 30 giorni ogni 3 anni lunari di 12 mesi sinodici ciascuno. Il meccanismo pratico è analogo a quello precedentemente descritto per il convergente [1/2] tranne che il conteggio si estende per tre cicli di 12 lunazioni determinando le sequenze 1L1,...,1L12, 2L1,...,2L12, e 3L1,...,3L12, e accumulando quasi 33 giorni differenza tra il computo lunare e quello solare. A questo punto l'inclusione del settore "INT" nel computo globale permette di recuperare 30 giorni di disavanzo riducendo l'errore complessivo a soli 3 giorni circa.

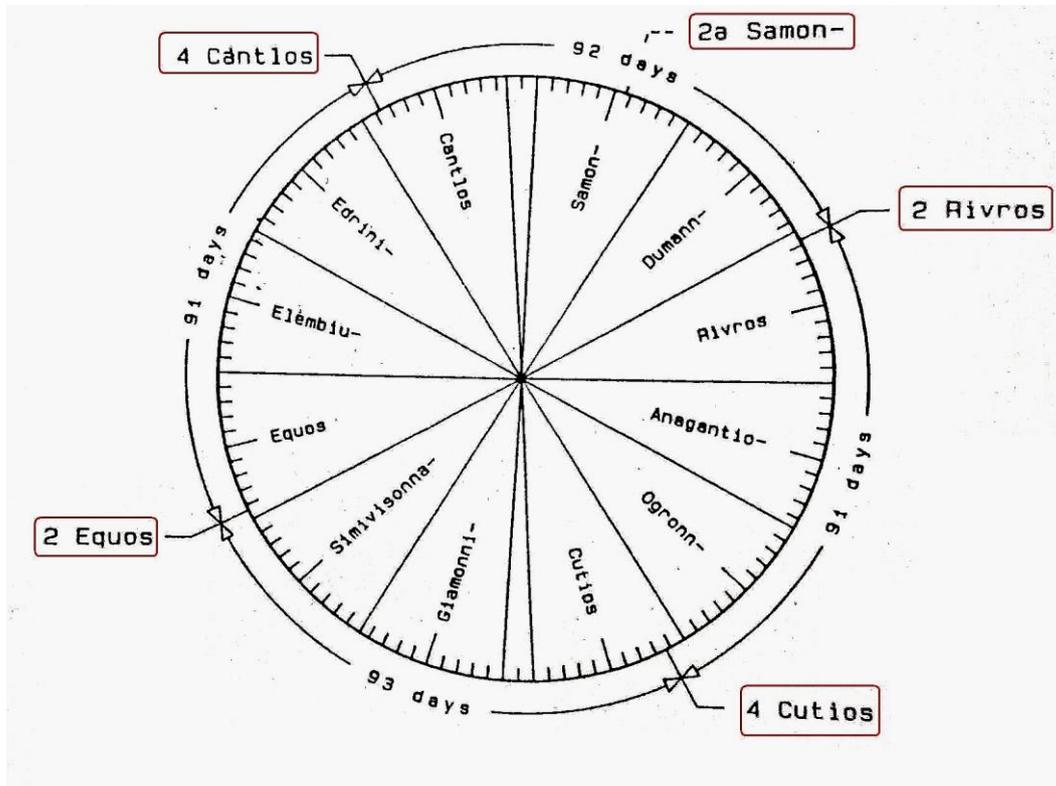
Possibile connessione con il calendario gallico

E' stato recentemente proposto che il sistema calendariale codificato dal disco di Libarna possa essere messo in relazione con il computo lunisolare codificato dal calendario gallico di cui un esempio oggettivo è la tavola di bronzo di Coligny. Come abbiamo visto in precedenza combinando opportunamente il primo ed il secondo convergente, quindi [1/2] e [1/3] si ottiene la soluzione:

$$Y/X = 2/5$$

che corrisponde all'inserzione di due mesi intercalari di 30 giorni ciascuno nell'arco di 5 anni lunari sinodici. La politica ottimale di intercalazione in questo caso corrisponde all'inserzione di 1 mese intercalare ogni 2 anni e mezzo, quindi 30 giorni ogni 30 mesi

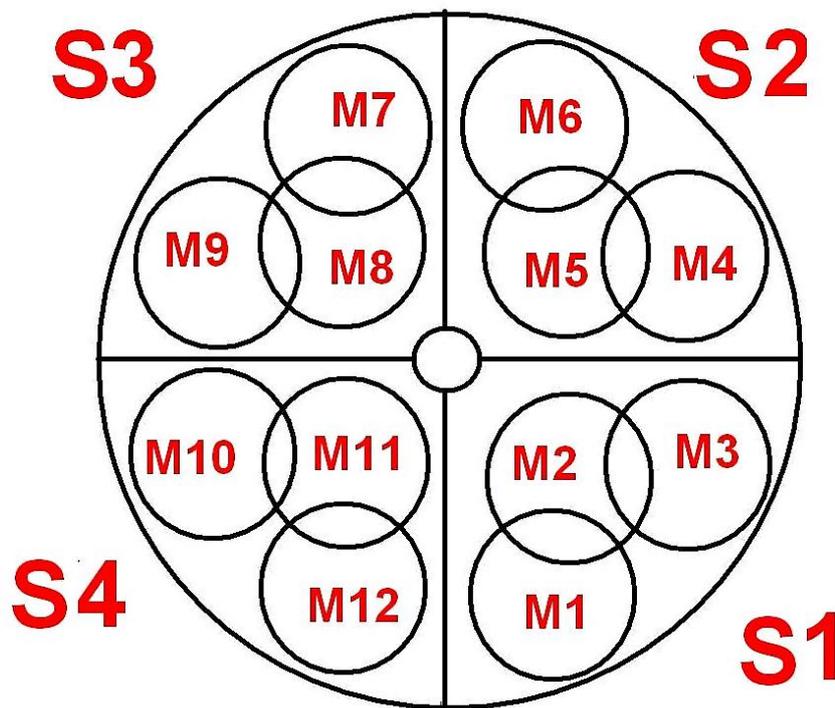
sinodici lunari, che è la soluzione codificata nel calendario di Coligny. Questa soluzione è incompatibile con la struttura del disco di Libarna poiché prevede l'esistenza di 2 settori "I1" e "I2" relativi ai mesi da intercalare ogni 2 anni e 6 mesi lunari e quindi posti da bande opposte rispetto al centro del disco; cosa che il reperto archeologico non mostra. In questo caso i settori presenti sul disco avrebbero dovuto essere 14 e non 13.



Versione circolare del Calendario di Coligny. I due settori tra i mesi di Giamonios e Cutios e tra Cantlos e Samonios sono i due mesi intercalari che devono essere inseriti uno ogni 2.5 anni lunari di 12 lunazioni ciascuno. Questa struttura corrisponde alla combinazione dei due convergenti successivi $[1/2]$ e $[1/3]$ generando il $[2/5]$ che prevede l'inserzione di due mesi supplementari di 30 giorni ciascuno dopo 2 anni lunari e mezzo, quindi 30 giorni ogni 30 mesi lunari sinodici.

La seconda faccia del disco di Libarna

La faccia posteriore del disco di piombo mostra una ripartizione in 4 quadranti ottenuta intersecando una coppia di segmenti ortogonali in prossimità del centro geometrico del reperto. All'interno di ciascuno dei quattro quadranti sono posti tre simboli ad arco abbastanza simili a quelli lunari presenti sulla faccia nobile, ma combinati in maniera un po' diversa. Se si ricostruisce il modello matematico di questo particolare schema è possibile riconoscere una divisione di un ciclo principale in 4 segmenti temporali S1, S2, S3, S4, che la loro volta sono ripartiti in 3 sottosettori, per un totale complessivo di 12 simboli (da M1 a M12) per l'intero ciclo. Questo schema ricalca nuovamente il computo lunare puro formato da 12 mesi (da M1 a M12) ripartiti in quattro distinti segmenti S1, S2, S3, S4. La divisione dell'anno in quattro segmenti da 3 lunazioni ciascuno può essere ottenuta stabilendo quattro particolari date lungo l'anno codificate utilizzando i due segmenti ortogonali.

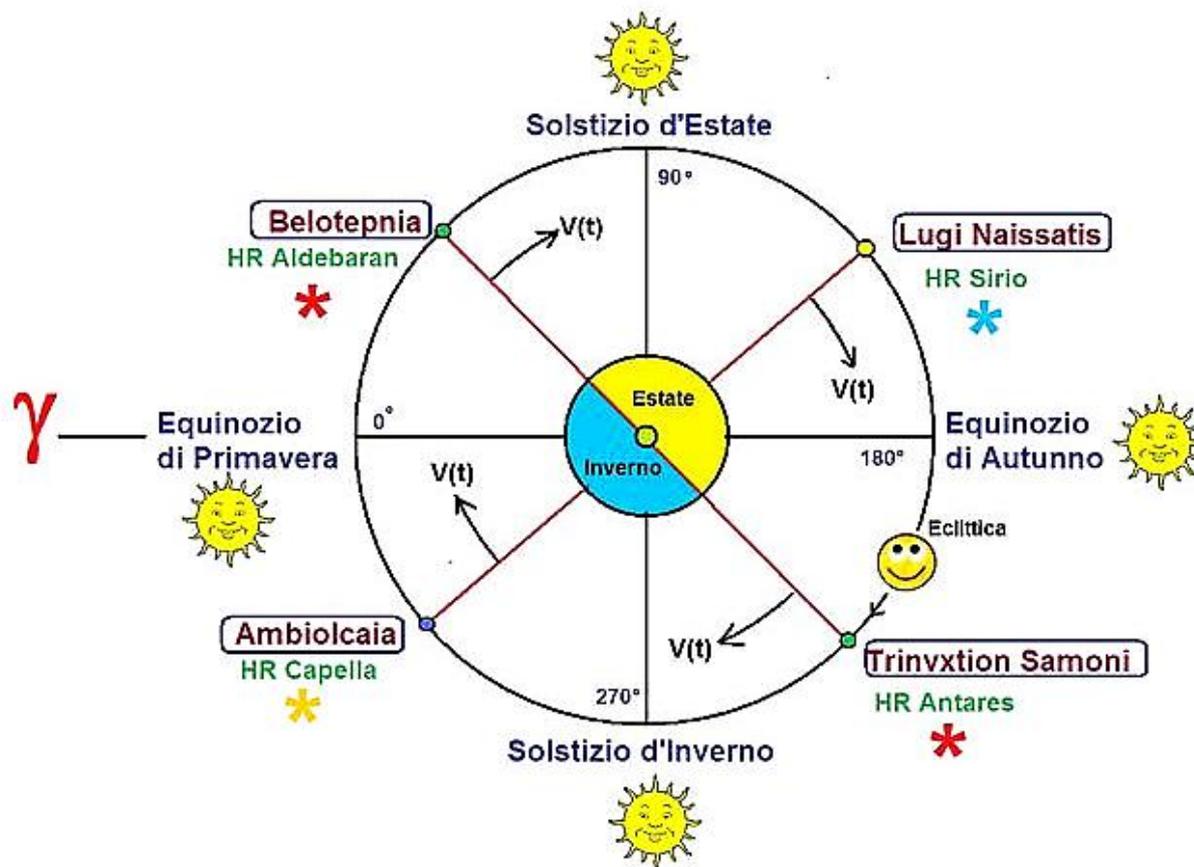


Modello matematico dello schema riportato sulla faccia opposta del disco di Libarna. E' possibile riconoscere una divisione di un ciclo principale in 4 segmenti temporali che la loro volta sono ripartiti in 3 sottosegmenti ciascuno, per un totale complessivo di 12 simboli per l'intero ciclo. Questo schema ricalca in maniera esatta una divisione dell'anno molto simile a quella rituale dell'anno celtico formato da 12 mesi sinodici lunari (da M1 a M12) scandito dalla celebrazione di 4 feste rituali, delle quali 2 rivestivano particolare importanza ripartendo l'anno in 2 stagioni.

Questo particolare schema richiama la divisione rituale dell'anno celtico ottenuta stabilendo quattro ricorrenze (*Trinvxtion Samoni*, *Ambiolcaia*, *Belotepnia* e *Lugi Naissatis*) in occasione delle quali si celebravano solenni cerimonie. Le date delle 4 ricorrenze rituali erano stabilite dalla levata eliacca di altrettante stelle. In particolare due feste opposte (*Trinvxtion Samoni* e *Belotepnia*) sancivano l'inizio dell'anno celtico e l'inizio della stagione invernale, la prima, e l'inizio della stagione estiva, la seconda. Nel caso ligure però non conosciamo nulla delle feste e delle ricorrenze lungo l'anno, ma ragionando per analogia, poiché Celti e Liguri non erano troppo diversi tra loro e il luogo in cui i Dectunini risiedevano non è molto distante dalle sedi delle tribù celtiche poste al di sotto del territorio degli Insubri.

Fasatura delle due facce del disco

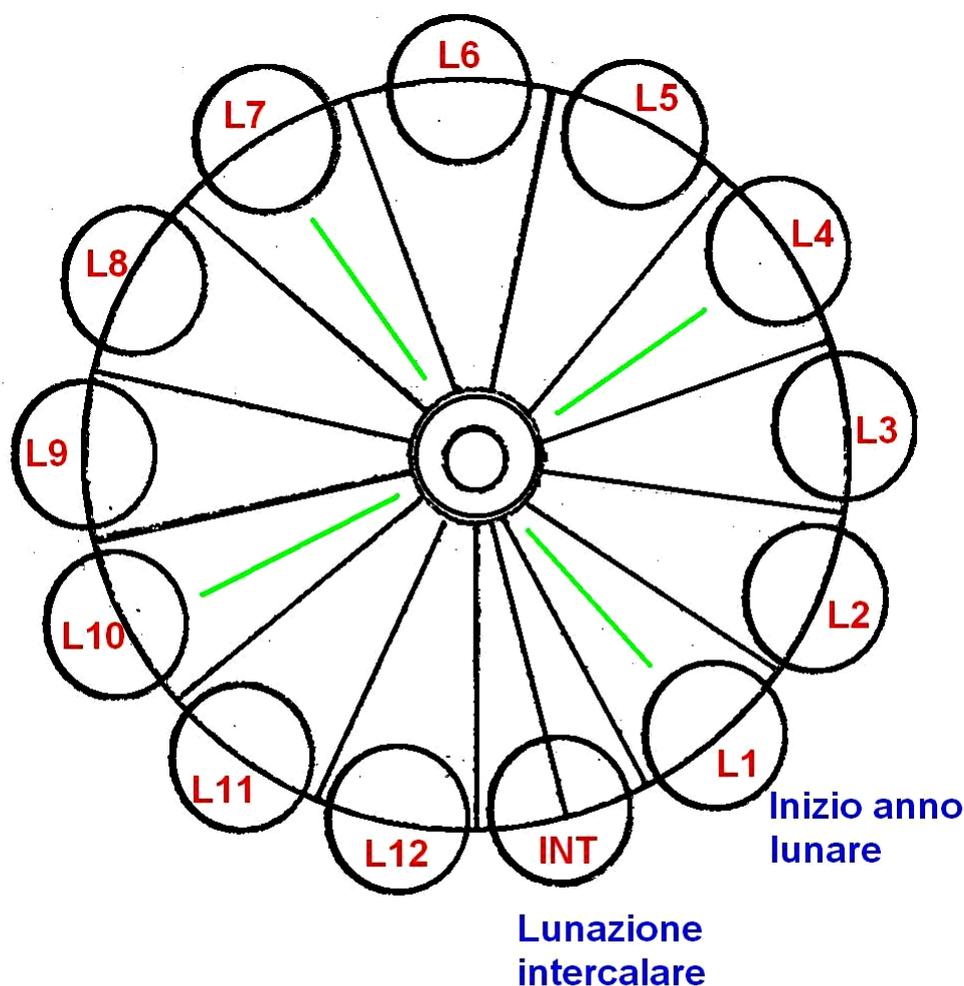
Per comprendere meglio il funzionamento calendariale del disco è necessario mettere in relazione le quanto è inciso su entrambe le sue facce in quanto è possibile (e forse molto probabile) che i quattro bracci dell'incisione a croce possano essere posti in una posizione che sia correlata con le incisioni presenti sulla faccia nobile. I quattro bracci presenti sulla faccia opposta a quella nobile identificano 4 settori su di essa che corrispondono a quattro particolari lunazioni entro l'anno sinodico lunare.



La divisione rituale dell'anno celtico in 4 segmenti formati da 3 lunazioni ciascuna è molto simile allo schema riportato sulla faccia posteriore del disco di Libarna. In questo caso i segmenti ortogonali che dividono l'anno corrispondono alle date di celebrazione delle quattro feste rituali *Trinvxtion Samoni*, *Ambiolcaia*, *Belotepnia* e *Lugi Naissatis* le quali erano di fatto stabilite dalla data di levata eliaca di alcune stelle. Per effetto della Precessione Lunisolare i due segmenti ortogonali ruotano con velocità temporale $V(t)$ che corrisponde a 14 giorni ogni 1000 anni.

Proiettando i bracci della croce sulla faccia nobile si identificano quattro particolari mesi entro l'anno sinodico lunare. Partendo dal mese intercalare, esse sono: il primo mese (L1), il quarto (L4), il settimo (L7) e il decimo (L10). Questo ci suggerisce immediatamente che la regola che stabilisce la successione delle lunazioni entro il ciclo annuale sia di tipo antiorario ed è possibile che la lunazione intercalare potesse essere contata in anticipo prima dell'inizio del primo anno, analogamente a quanto avviene nel caso del calendario gallico, secondo lo schema materializzato dal calendario di Coligny. E' quindi possibile che in corrispondenza dei mesi L1, L4, L7 ed L10 fosse prevista la celebrazione di qualche festa religiosa oppure civile importante nell'ambito della vita della tribù, che si pensa essere stata quella dei Dectunini, ma che non è assolutamente noto con esattezza. Siccome la prima delle quattro lunazioni indicate corrisponde al settore immediatamente successivo a quello che stabilisce il mese intercalare, è facile ipotizzare che L1 sia di fatto la prima lunazione del ciclo calendariale annuale e quindi all'inizio dell'anno. Potrebbe essere ipotizzabile la coincidenza con un particolare fenomeno astronomico osservabile, ad esempio il solstizio d'inverno, ma questa ipotesi non può per ora essere dimostrata. Se anche i Liguri che produssero il reperto, analogamente ai Celti, praticavano la divisione bi-

stagionale dell'anno, allora il settore L7 potrebbe corrispondere al cambio di stagione, cioè la transizione tra la stagione estiva e quella invernale oppure viceversa.



— Lunazioni indicate dalla croce incisa sulla faccia opposta del disco: L1, L4, L7, L10

La fasatura del disco di Libarna si ottiene proiettando sulla "faccia nobile" la croce formata dai due segmenti ortogonali tracciati sulla faccia opposta. In questo modo si identificano quattro particolari mesi entro l'anno sinodico lunare. Partendo dal mese intercalare, esse sono: il primo mese (L1), il quarto (L4), il settimo (L7) e il decimo (L10). Questo ci suggerisce immediatamente che la regola che stabilisce la successione delle lunazioni entro il ciclo annuale sia di tipo antiorario ed è possibile che la lunazione intercalare potesse essere contata in anticipo prima dell'inizio del primo anno. E' quindi possibile che in corrispondenza dei mesi L1, L4, L7 ed L10 fosse prevista la celebrazione di qualche festa religiosa oppure civile importante nell'ambito della vita della tribù che produsse il disco.

La previsione delle eclissi con il disco di Libarna

La particolare divisione secondo le lunazioni comprese entro un anno lunare sinodico teoricamente potrebbe permettere di usare il disco come un efficace predittore di eclissi; vediamo come. Durante un periodo di 346,6 giorni solari medi, il cosiddetto "*anno delle eclissi*" il Sole transita due volte consecutive allo stesso nodo dell'orbita lunare. Se in quel momento la Luna si trova anch'essa in corrispondenza di uno dei due nodi della sua orbita allora avverrà un'eclisse che potrà essere di Sole, se i due astri si trovano presso lo stesso nodo, e di Luna se i nodi occupati sono opposti, l'uno rispetto all'altro. Durante il periodo di 173,3 giorni (la metà di un anno delle eclissi), tempo richiesto al Sole per passare da un nodo all'altro dell'orbita lunare, l'inclinazione dell'orbita della Luna varia di circa 9' in più e in meno rispetto al suo valore medio di 5°3. La fasatura è tale che quando l'inclinazione è massima il Sole risulta posizionato ad uno dei due nodi, mentre quando l'inclinazione è minima, il Sole è invece a metà strada tra un nodo e l'altro. Questo fatto implica che solamente quando l'inclinazione dell'orbita lunare raggiunge il suo valore massimo è possibile un'eclisse, se la fase lunare è quella favorevole, cioè la Luna è alle sizigie. La possibilità che un'eclisse si verifichi è caratterizzata quindi da un periodo di 173,3 giorni solari medi. L'intervallo di tempo che la Luna impiega a passare dalla massima declinazione alla minima, durante un ciclo draconitico, è detto "*semiperiodo latitudinale*". Le eclissi possono avvenire solamente ogni qualvolta il numero che indica i semiperiodi latitudinali trascorsi da un'eclisse precedente è un numero intero, ma siccome affinché le eclissi avvengano è richiesta anche la soddisfazione del vincolo che la Luna si trovi alle sizigie, allora tutti gli intervalli di tempo che corrispondono ad un numero intero di periodi semilatifudinali e contemporaneamente ad un numero intero di rivoluzioni sinodiche rappresentano utili ricorsività per la previsione delle eclissi. La corrispondenza più breve e immediata è costituita da 6 lunazioni che sono pari a circa 13 semiperiodi latitudinali, con un errore di 0,30 giorni, mentre la più famosa è la corrispondenza tra 223 lunazioni e 484 semiperiodi latitudinali che corrisponde al Ciclo di Saros, noto sin dall'antichità. La Luna per i Liguri rappresentava l'astro fondamentale atto al computo del tempo quindi la sua osservazione era molto sviluppata. I Liguri che produssero il disco di Libarna sicuramente non conoscevano né le cause e neppure l'esistenza dell'oscillazione di 9' di ampiezza dell'inclinazione del piano orbitale della Luna, ma avevano certamente osservato che le eclissi di Luna si ripetevano ogni 6 lunazioni per sette volte consecutive corrispondenti a 13 semiperiodi latitudinali ciascuna. L'ottava volta l'eclisse si verificava dopo solamente 5 lunazioni, per poi riprendere per 7 volte consecutive l'intervallo di 6 mesi sinodici. Dopo aver osservato un'eclisse di Luna era quindi abbastanza semplice predire l'eclisse successiva per gli stessi giorni del mese lunare sinodico che cadeva 6 lunazioni dopo. Il meccanismo di previsione delle eclissi di Luna poteva quindi essere completamente meccanico, sfruttando le particolari caratteristiche della faccia nobile del disco di Libarna, senza quindi richiedere alcuna osservazione astronomica: bastava saltellare avanti e indietro da un settore a quello opposto per sette volte, poi all'ottava volta l'eclisse si verificava una lunazione prima, quindi dopo solo 5 lunazioni a causa dell'accumulo degli errori progressivi. I sacerdoti dei Liguri potevano semplicemente aspettare che in un certo giorno dell'anno avvenisse un'eclisse di Luna. Successivamente l'applicazione della regola di aggiungere 6 lunazioni si concretizzava nella previsione dell'eclisse di Luna per gli stessi giorni del sesto mese successivo dell'anno in corso e così via, il quale era indicato dal braccio opposto della figura a croce tracciata sulla faccia opposta a quella nobile. La figura a croce tracciata sul disco di Libarna indica quindi che le

eclissi di Luna cadevano alternativamente per 7 volte sempre alle stesse date del calendario lunare, separate da mezzo anno sinodico lunare e poi per una volta solamente 5 lunazioni dopo, quindi si ripeteva il ciclo di 6 lunazioni per altre sette volte e così via. Ricordiamo anche che dal punto di vista della previsione delle eclissi l'utilizzo dei mesi intercalari era completamente superfluo e quindi non era necessario inserirli, anzi da questo punto di vista l'inserzione rigida dei mesi intercalari spostava ogni volta indietro di una lunazione il giorno dell'eclisse. Questo poteva essere sfruttato per prevedere l'eclisse che ogni 42 lunazioni si verificava dopo solo 5 mesi sinodici portando a 47 la chiusura del ciclo.

Conclusione

Il disco di Libarna quindi è un dispositivo che realizza praticamente il computo lunisolare secondo lo schema del calendario tradizionale protostorico ligure, su una faccia e una scansione dell'anno basata probabilmente su quattro feste rituali che ripartivano l'anno in 4 segmenti di 3 mesi lunari ciascuno. Il dispositivo realizza, così come appare codificato sulla faccia nobile della lamina di piombo, un'approssimazione relativamente mediocre dell'anno tropico solare richiedendo l'inserzione di un mese intercalare ogni 2 anni lunari oppure 3. Questo sembrerebbe suggerire un possibile uso abbastanza approssimato del dispositivo, ma comunque suggerisce l'esistenza di una certa abilità calendariale delle popolazioni protostoriche liguri che avrebbero prodotto il disco. Con grande probabilità l'antico calendario ligure rimase sostanzialmente lunare puro fino alla conquista romana e alla imposizione forzosa del calendario Giuliano alle popolazioni sottomesse militarmente. Il particolare schema materializzato dal disco di Libarna permette l'efficace previsione delle eclissi di Luna e questo suggerisce che con grande probabilità i Liguri Dectunini erano buoni osservatori del cielo e dei suoi fenomeni.

Bibliografia

- A. Gaspani, 2010, "IL CALENDARIO DI COLIGNY", Ed. Keltia (Aosta).
- A. Gaspani, S. Cernuti, 1997, "L'ASTRONOMIA DEI CELTI, Stelle e Misura del Tempo tra i Druidi", Ed. Keltia (Aosta).
- A. Gaspani, 1999, "LA CULTURA DI GOLASECCA, Cielo, Luna e Stelle dei primi Celti d'Italia", Ed. Keltia (Aosta).
- G. Olmsted: "The Gaulish Calendar", Habelt, Bonn, 1992.
- R. Reznikov: "Les Celts et le Druidisme", Ed. Danglais, 1994.
- P.M. Duval, G. Pineault: "Recueil des Inscriptions Gauloises", Vol.III Les Calendriers., XLV supplement a Gallia, CNRS, 1986.
- S. Cernuti, A. Gaspani, 1997, "Les Connaissances Astronomiques des Ancien Celtes", CR de la Conference AEC du 27 Mai 1997 a l'Haute Ecole del Etudes Celtiques a La Sorbonne, 1-ere partie, Amis des Etudes Celtiques, Bull. No.16 juin/juillet 1997.
- S. Cernuti, A. Gaspani, 1997, "Les Connaissances Astronomiques des Ancien Celtes", CR de la Conference AEC du 27 Mai 1997 a l'Haute Ecole del EtudesCeltiques a La Sorbonne, 2-eme partie, Amis des Etudes Celtiques,Bull. No.17 octobre/novembre 1997.

- A. Gaspani, S. Cernuti, 1997, "TRINVXTION SAMONI SINDIVOS: L'Astronomia dei Celti nel Calendario di Coligny", *L'Astronomia*, No. 181, Novembre 1997.
- A. Gaspani, 1997, "I Celti, Osservatori delle Stelle", *AVALON*, No.4, Novembre-Dicembre 1997.
- A. Gaspani, 1999, "Gli Insubri, osservatori delle stelle", *Terra Insubre*, Novembre, 1999.
- A. Gaspani, 1998, "Who Discovered Mira Ceti?: The First Variabilist was a Celt Man who Lived in Libenice", in *Proceedings of the 29th Conference on Variable Stars Research*, 7th-9th November 1997, Brno, Czech Republic, Edited by Jiri Dusek, Miloslav Zejda.
- A. Gaspani: "L'Orientazione Astronomica dei Celti", *Nihil Sub Astris Novum*, No.18, Settembre 1998.
- A. Gaspani, 1998, "L'Orientazione Rituale dei Celti", *Terra Insubre*, No.7, Agosto 1998.
- M. Chapront-Touze, J. Chapront: "Lunar Tables and Programs from 4000 B.C. to A.D. 8000.", *Willman Bell*, 1991.
- P. Bretagnon, J. L. Simon: "Planetary Programs and Tables from -4000 to +2800.", *Willman Bell*, 1986.
- L. di Franco: "Esercitazioni di Navigazione", *Helvetia*, 1986.
- F. Flora: "Astronomia Nautica", *Hoepli*, 1993.
- A. Nicoli: "Navigazione Astronomica", *Del Bianco*, 1994.
- F. Zagar: "Astronomia Sferica e Teorica", *Zanichelli*, 1948.
- W. M. Smart: "Textbook on Spherical Astronomy", *Cambridge University Press*, 1980.
- J. Meeus: "Astronomical Formulae for Calculators" *Willman Bell*, 1978.
- J. Meeus: "Astronomical Algorithms", *Willman Bell*, 1991.
- J. Meeus: "Astronomical Tables of the Sun, Moon, and Planets", *Willman Bell*, 1983.
- J. Meeus: "Astronomical Morsels", *Willman Bell*, 1997.
- C. W. Allen: "Astrophysical Quantities", *Athlone Press*, 1985.
- B. E. Shafer: "Astronomy and the Limits of the Vision", *Vistas in Astronomy*, Vol. 36, 1993.
- Cernuti S., Gaspani A., 2006, "INTRODUZIONE ALL'ARCHEOASTRONOMIA: NUOVE TECNICHE DI ANALISI DEI DATI", *Atti della Fondazione Giorgio Ronchi*, vol. LXXXIX, 190 pp., Edizioni Tassinari, Firenze 2006.
- G. Romano: "Archeoastronomia Italiana", *CLEUP*, 1992
- E. Proverbio: "Archeoastronomia", *Teti*, 1989.
- H. Thurston: "Early Astronomy", *Springer*, 1994
- G. S. Hawkins: "Astro-Archaeology", *Smithsonian Institution Astrophysical Observatoy*, *Research in Space Science*, No. 226, 1966.
- R. H. Allen: "Star Names, their lore and meaning", *Dover*, 1963.
- W. H. Stahl: "La Scienza dei Romani", *BUR*, 1991.
- Cuillandre J., 1930, *J. Revue Celtique XLVII*, 1930
- Dissard C.R., 1898, à l'Académie des Inscriptions et Belles Lettres XXV, 1897 et XXVI, 1898.
- Duval P.M., 1962, *Observations sur le Calendrier de Coligny*, *Hommages à Albert Grenier*, *Latomus LVIII*, 1962.
- Esperandieu, 1900, *Fac-similé du Calendrier de Coligny*, *Revue Celtique*, XXI, 1900.
- Guyonvarc'h, E. Ch.J., Le Roux, G. Pinault *Le Calendrier Gaulois de Coligny*, *OGAM XIII*.
- Le Roux E., *Le Calendrier Gaulois de Coligny et la Fête irlandaise de Samain, (Samonios)* *OGAM IX*, 1957.
- Eoin Mc Neill, 1926, 1928, *Eirin*, 10 1926-28.

Rhys J., 1910, *Notes on the Coligny Calendar*, London, 1910
Monard J., 1985, *Le Calendrier Gaulois*, Dauphiné-Dimanche, Décembre, 1985.
Lainé C., 1986, *A propos du Calendrier de Coligny*, Le Triscèle N°14 Janvier, 1986.
Monard J., 1986, *Le Calendrier Gaulois de Coligny*, Le Triscèle N°14 Janvier, 1986.
Duval P.-M., G. Pinault, 1988, *Les Calendriers (Coligny, Villards d'Héria)*, RIG Vol.III, CNRS, 1988.
Lamoureux P. et Parisot J., *Communications au Congrès d'Etudes Celtiques*.
Monard J., 1993, *Le calendrier druidique, le comprendre, l'appliquer*; Message, 1993.
Laurent D., *Le Calendrier Celtique, dans La Nuit Celtique*.
Macille Dhuibh R., *The Quern-dust Calendar*.
Alban Wall., *Stonehenge and the Calendar of Coligny*, ESOP, 17, 1988.
Parisot J.P. et E Suagher, *Calendriers et Chronologie*, Masson.
Le Contel J.-M. et P. Verdier, *Un Calendrier Celtique, Le Calendrier gaulois de Coligny*, Errance.